

В.П. Сизоненко

МОДИФІКОВАНА МОДЕЛЬ АГРЕГОВАНОЇ МЕРТВОЇ ЗОНИ НА ПРИКЛАДАХ ПЕРЕНОСУ РАДІОНУКЛІДІВ У ПРИРОДНИХ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

У роботі представлено результати, отримані під час детального дослідження моделі агрегованої мертвої зони, призначеної для опису поздовжнього перенесення і розсіювання розчинених речовин у русловому потоці. Ця модель ґрунтується на новому підході до опису адвекції та дисперсії, який дає змогу адекватно відтворювати спостережувані у природних гідродинамічних системах концентрації розчинених речовин із високим ступенем точності. Замість того, щоб моделювати концентрацію розчиненої речовини безперервно як за відстанню, так і за часом уздовж водотоку, модель агрегованої мертвої зони використовує підхід "чорної скриньки" і розглядає концентрацію на виході камери (з агрегованої мертвої зони) як функцію концентрації на вході камери та поточного часу. Такий підхід значно скорочує час обчислень і зменшує вимоги до обсягу вихідних і граничних даних. Наведено математичний апарат розширеної моделі агрегованої мертвої зони, призначеної для аналізу транспортування неконсервативного радіоактивного забруднення в реальних водних об'єктах, з урахуванням можливої взаємодії радіонукліда зі зваженими намулами і шаром донних відкладень. Рівняння запропонованої моделі складають систему звичайних диференціальних рівнянь із запізненим аргументом. Показано результати моделювання поширення ^3H в результаті викидів від 14 ядерних реакторів у русловій ділянці р. Луара протягом півроку із щоденною дискретністю. Наведено результати моделювання розповсюдження різких викидів ^{90}Sr у Київському водосховищі, що мали місце в 1999 р. внаслідок Чорнобильської катастрофи. Моделювання виконано з добовою дискретністю. Проведено порівняння отриманих модельних значень концентрацій радіонуклідів і даних вимірювань. Запропонована модель має порівняльну простоту, значно менші вимоги до кількості початкових і граничних даних, дуже короткий час, необхідний для проведення розрахунків.

Ключові слова: модель, агрегована мертва зона, адвекція, дисперсія, радіонукліди, річка, водосховище.

V.P. Sizonenko

MODIFIED MODEL OF THE AGGREGATED DEAD ZONE ON EXAMPLES OF RADIONUCLIDE TRANSFER IN NATURAL HYDRODYNAMIC SYSTEMS

This paper presents the results obtained during a detailed study of the aggregate dead zone model designed to describe the longitudinal transport and dispersion of dissolved substances in a channel flow. This model is based on a new approach to the description of advection and dispersion, which allows to adequately reproduce the concentrations of solutes observed in natural hydrodynamic systems with a high degree of accuracy. Instead of modelling the dissolved solute concentration continuously in both distance and time along the watercourse, the aggregate dead zone model uses a black box approach and considers the concentration at the chamber outlet (from the aggregate dead zone) as a function of the concentration at the chamber inlet and the current time. This approach significantly reduces the computational time and reduces the requirements for the amount of initial and boundary data. The mathematical apparatus of the extended model of the aggregated dead zone is presented, designed to analyse the transport of non-conservative radioactive contamination in real water bodies, taking into account the possible interaction of the radionuclide with suspended sediments and a layer of bottom sediments. The equations of the proposed model are a system of ordinary differential equations with a delayed argument. The results of modelling the distribution of ^3H as a result of releases from 14 nuclear reactors in the Russian section of the Loire River for six months with an hourly discreteness are presented. The results of modelling the propagation of sudden ^{90}Sr releases in the Kyiv reservoir, which occurred in 1999 as a result of the Chornobyl disaster, are presented. The modelling was carried out with a daily discreteness. A comparison of the obtained model values of radionuclide concentrations and measurement data was carried out. The proposed model has a comparative simplicity, much lower requirements for the amount of initial and boundary data, and very little time required for calculations.

Keywords: model, aggregated dead zone, advection, dispersion, radionuclides, river, reservoir.

Вступ

Моделювання розсіювання радіонуклідів у водних об'єктах є частиною більш загальної проблеми моделювання якості води, включно з моделюванням гідродинамічних гідравлічних процесів і моделюванням перенесення забруднень, зумовленого також хімічними та біологічними процесами [1, 2].

Традиційний підхід до вивчення процесів переносу в річках полягає в застосуванні адвекційно-дисперсійного рівняння (Advection Dispersion Equation - ADE). Теорія цього підходу була спочатку розроблена Тейлором для потоку в трубі, а згодом була поширена на канали Елдером і Фічером [3-5] і дає математичний опис у термінах рівняння дифузії Фіка. До теперішнього часу моделі, що описують міграцію радіонуклідів у річкових потоках, використовують саме такий підхід [2, 6 - 10].

Із кінця 1960-х років, однак, було встановлено, що адвекційно-дисперсійні рівняння не описують спостережувані профілі розсіювання. Найважливішим із них є передбачення гаусових просторових розподілів концентрації, тоді як спостережувані розподіли концентрації незмінно асиметричні з довгими хвостами [11 - 15].

У природних каналах або інших гідродинамічних системах, наявність нерівностей у руслі або на березі каналів, чи-то наявність будь-яких застійних областей була відома як периферійні мертві зони. Загалом було помічено, що мертві зони можуть бути виявлені в різних частинах природних потоків. Наприклад, у руслі або на березі, як величезні перешкоди, дерева, дерев'яні уламки, скельні породи та форми русла. Таким чином, забруднення може затримуватися і повільно вивільнятися із зазначених зон. Було встановлено, що існування цих зон породжує довгий хвіст спостережуваного розподілу концентрації, а також неоднорідність дисперсійної дії в різних частинах поля течії. Надалі було зроблено припущення, що агрегований ефект багатьох ме-

ртових зон у межах розглянутої ділянки можна вважати еквівалентним ефекту однієї великої мертвої зони. Слід зазначити, що "мертві зони", які розглядаються в рамках цієї моделі, складаються не тільки з фізично ідентифікованих застійних ділянок потоку, пов'язаних із нерегулярностями в руслі, а радше трактуються ширше й охоплюють будь-які особливості. До таких особливостей належать перехідні турбулентні вихори і вторинні циркуляції в різних просторових і часових масштабах.

Було зроблено різні спроби модифікувати теорію, або зробити її більш придатною до спостережуваного дисперсійного процесу [16 - 19].

ADZ модель

Агрегована модель мертвої зони (Aggregated Dead Zone - ADZ) - транспортна модель, яку віднесено до категорії механістичних моделей, що ґрунтуються на даних, і яка позбавлена недоліків ADE. У припущеннях моделі ADZ умови адвекції та дисперсії розділені на окремі процеси — спочатку адвекція, а потім миттєва дисперсія. У моделі ADZ будь-яка гідравлічна система представлена шляхом поділу на множини взаємопов'язаних ділянок. Ця модель передбачає, що розчинена речовина переноситься через усю ділянку за рахунок поршневого потоку (тобто перенесення без дисперсії), після чого вона проходить через єдину камеру моментального і повного змішання, що має агрегований ефект усіх мертвих зон у межах ділянки (тобто дисперсія без перенесення) і зазнає відповідних фізичних, хімічних і біологічних змін. Тож отримуємо камерну модель з агрегованою мертвою зоною із запізненням - часом перенесення [20 - 24]¹.

Модель ADZ передбачає стійкий рух течії, за якого витрата Q та об'єм V є сталими. Однак, з огляду на те, що гідрологічні дані зазвичай відбирають через регулярні інтервали часу, у межах яких їх вважають

¹ Аналогічні припущення було свого часу незалежно сформульовані в [25].

сталими, можна вважати, що припущення моделі ADZ виконуються на кожному з цих інтервалів (інтервали сталості даних є загальноприйнятою практикою під час дослідження водних об'єктів), а кінцеві результати одного інтервалу будуть початковими для наступного. Замість того, щоб моделювати концентрацію розчиненої речовини безперервно як за відстанню, так і за часом уздовж водотоку, як у випадку моделі ADE, модель ADZ використовує підхід "чорної скриньки" і розглядає концентрацію на виході камери (в агрегованій мертвій зоні) як функцію концентрації на вході камери та поточного часу. Це значно скорочує час обчислень і зменшує вимоги до обсягу вихідних і граничних даних.

UNDBE модель

Запропонована модель UNDBE (UNDrinking BEasonman) становить розширення моделі ADZ для реальних водних об'єктів із неконсервативним радіоактивним забрудненням. З огляду на припущення моделі ADZ, розширення моделі, яке передбачає врахування радіоактивного розпаду і взаємодії радіонукліда зі зваженими намулами і донними відкладеннями, система рівнянь моделі UNDBE для окремої камери на інтервалі сталості даних набуває вигляду системи диференціальних рівнянь із запізненим аргументом T_R [29]. Час транспортування T_R - залежить від швидкості течії та довжини камери. Його динаміка визначається шляхом калібрування гідрологічної моделі водного об'єкта. Для розв'язання диференціальних рівнянь із запізненим аргументом використовувалась програма RETARD [27]².

За умови використання запропонованої моделі необхідно визначити сім параметрів - K_s , τ_s , τ_{ds} , K_d , τ_{sb} , τ_{dsb} , n .

K_d , K_s - коефіцієнти розподілу в системі вода-дно і вода-зважені намули відповідно, τ_s , τ_{ds} - часові значення адсорбційних і десорбційних процесів для системи вода - зважені намули,

τ_{sb} , τ_{dsb} - часові значення адсорбційних і десорбційних процесів для системи вода – шар донних відкладень, що бере участь в обміні з розчином;

$1/n$ - частина об'єму (ADZ), яка перебуває біля витоку.

Ці параметри визначаються методом параметричної ідентифікації за даними вимірювань.

Слід зазначити, що параметри, отримані методом параметричної ідентифікації за даними вимірювань, є діючими, а не отриманими шляхом аналізів у лабораторних умовах, хоча, як показує практика, вони досить близькі.

Якщо потрібно моделювати поширення забруднення, що дуже слабо взаємодіє зі звислими намулами (у цьому випадку не суттєві концентрації звислих намулів та концентрації забруднення на звислих намулах)

Отже, в цьому випадку в процесі використання запропонованої моделі знадобиться визначення лише чотирьох параметрів – K_d , τ_{sb} , τ_{dsb} , n . До таких забруднень належать ^{90}Sr і ^3H .

Необхідно підкреслити, що в рівняннях моделі концентрації є середніми не в об'ємі всієї камери, а лише середніми в $1/n$ частині об'єму ADZ, яка перебуває біля витоку. Таким чином, модель UNDBE визначає концентрації в конкретному місці - біля витоку камери і не дає можливості розраховувати концентрації в проміжних областях камери. Тому при поділі водойми на камери витоки камер доцільно розташовувати так, щоб вони збігалися з найбільш важливими для аналізу місцями водойми, які цікавлять. За наявності достатньо великих притоків, що мають істотний вплив на процеси водообміну, розбиття на камери слід здійснювати так, щоб початок камери збігався з місцем впадіння такого притоку.

Під час проведення параметричної ідентифікації за даними вимірювань застосовано програму, яка реалізує метод RALG (Пошук екстремуму не-диференційованої багатовимірної функції. Розробка Інституту Кібернетики ім. В.М. Глушкова) [28, 29].

² Програму було модифіковано, що дозволило прискорити розрахунки в 1200 разів.

Моделювання поширення ^3H

Комп'ютерна реалізація моделі UNDBE (Реалізована на мові FORTRAN.) використовувалась для моделювання перенесення тритію (^3H) у руслі річки Луари (Франція) у процесі виконання міжнародного проекту EMRAS [30]. Дані вимірювань було надано DIREN Centre (Direction Régionale de l'Environnement Centre - Управління Регіонального Центру Навколишнього Середовища) і EDF (Electricité de France - Електроенергетична компанія Франції).

У басейні р. Луари розташовано п'ять атомних електростанцій (Рис. 1), що мають 14 атомних реакторів, у результаті функціонування яких відбуваються різкі викиди ^3H у воду.

Потрібно було визначити динаміку концентрацій ^3H в 11 пунктах уздовж русла р. Луари (Beaulieu, Gien, Ouzouer, Orléans, Beaugency, Nouan, Tours, La Chapelle, Bertignolles, Angers, MontJean) з годинною дискретністю, протягом півроку з 1 липня по 31 грудня 1999 р.

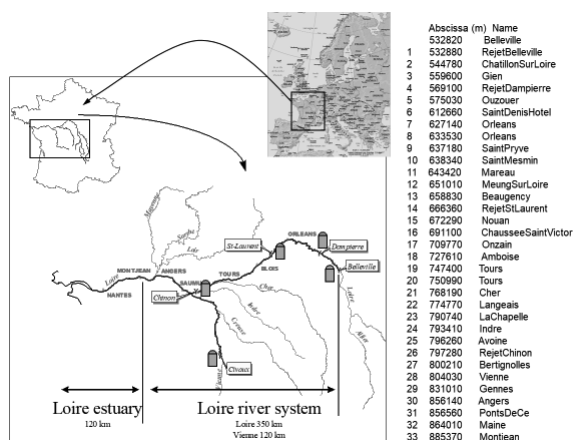


Рис. 1. Розташування атомних електростанцій у басейні р. Луари

Ділянка річки протяжністю 350 км описувалася шляхом завдання геометрії 349 поперечних перерізів русла.

Витрати води в семи притоках, що відповідають реальним витратам води для 1999 р., і дані про реальні викиди ^3H блоками атомних електростанцій були задані з годинною дискретністю (годинний інтервал сталості даних).

Значення витрат води, що спостерігалися в межах часового інтервалу моделювання, змінювалися від 157 до 5055 м³/сек (пункт Angers).

Ухил дна р. Луари в межах модельованого відрізка русла змінюється в межах 1,0 - 5,8 м/км. Ця ділянка річки залежно від водності характеризується швидкостями течії від 0,3 м/сек до 2,0 м/сек.

Необхідно було також врахувати, що русло р. Луари у 18 місцях перегороджено підпірними водозливними греблями, що мають істотний вплив на гідрологію р. Луари.

Для використання моделі 350-ти кілометрову ділянку р. Луари було розбито на 33 послідовні камери. Межі камер розташовувалися в таких пунктах:

- початок і кінець модельованого відрізка річки;
- місця, де необхідно було визначити значення концентрацій;
- місця розташування підпірних гребель;
- місця впадання притоків;
- пункти розташування ядерних станцій (місця надходження забруднення).

Таке розбиття визначило довжину найкоротшої камери - 420 м, а найдовшої - 37,6 км (Рис. 1).

У моделюванні перенесення забруднення враховувалась відсутність взаємодії ^3H із звислими намулами.

За гідрологічну модель р. Луари для визначення поточних об'ємів камер використовувалася одновимірна стаціонарна модель [31].

У процесі визначення часу транспортування за формулою $T_R = W/Q$ враховувалося, що не весь об'єм камери V бере участь у зовнішньому водообміні. Під час виконання обчислень, виходячи з найкращого збігу модельних і вимірних піків концентрацій забруднення, було встановлено середню для всіх i -камер залежність для об'єму камери, що бере участь у водообміні, від поточної витрати води в камері

$$W_i(t) = V_i(t)(1 - k_3 \text{EXP}(-k_4 Q_i(t)/Q_{0i}))$$

тут

W_i – об'єм i -тої камери, що бере участь у водообміні;

V_i – поточний об'єм камери;

k_3, k_4 – константи;

$Q_i(t)$ – поточні витрати води в камері;
 Q_{0i} – мінімальна із заданих витрата води в камері.

Для р. Луари найкращі результати можна отримати у разі $k_3 = 0,8794$, $k_4 = 0,1647$.

Розрахунок гідрології р. Луари (33 камери 350-кілометрової ділянки, для кожної години шестимісячного інтервалу моделювання) потребує 20 хвилин часу ЕОМ з процесором Intel Core i5-9600K. Розв'язання задачі перенесення ^3H за допомогою комп'ютерної реалізації запропонованої моделі UNDBE здійснюється за 8 секунд. Оскільки гідрологічний режим річки не залежить від транспортування ^3H , то розрахунок водного режиму був виконаний одноразово для всього діапазону можливих витрат води, а результати використовувалися як масив вихідних даних для багаторазових прорахунків у вирішенні задачі ідентифікації параметрів перенесення ^3H . Це значно прискорило визначення оптимальних значень параметрів.

На діаграмі (Рис. 2) відображено частину результатів моделювання динаміки ^3H у розчині (лінія) в створі Анжер у порівнянні з даними вимірювань (крапки) з 30% похибкою.

Порівняння результатів моделювання (в проєкті EMRAS) показало, що запропонований метод, який використовує модель UNDBE у поєднанні з одновимірною стаціонарною гідрологічною моделлю р. Луари, забезпечує аналогічний, або навіть кращий збіг виміряних і розрахованих концентрацій, ніж методи, засновані на одновимірних і камерних ADE моделях [30].

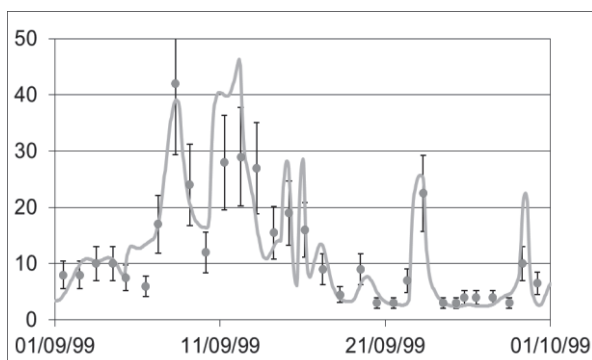


Рис. 2. Зіставлення розрахунків та вимірювань концентрацій ^3H у створі ANGERS (Бк/л)

Моделювання поширення ^{90}Sr

Внаслідок Чорнобильської катастрофи виникла проблема моделювання транспортування радіонуклідів каскадом шести дніпровських водосховищ. Один з основних забруднювачів – ^{90}Sr , який за високих рівнів води (під час повеней, або льодових заторів) змивається із забрудненої заплави р. Прип'ять і надходить у північну частину Київського водосховища. Оскільки всі суттєві притоки (включаючи р. Прип'ять) знаходяться в північній частині (на втоку) Київського водосховища, а місцем, де необхідно було розрахувати значення концентрацій, був пункт водозабору – м. Вишгород (виток Київського водосховища), тому водосховище моделювалося однією камерою.

Київське водосховище: довжина 110 км, обсяг 2,7 - 3,9 км³ (залежно від рівня), чотири притоки.

В свою чергу весь каскад дніпровських водосховищ (Рис. 3) моделювався послідовністю шести камер, оскільки між водосховищами руслові ділянки дуже малі і виток одного водосховища практично є верхів'ям наступного, а головні водозабори розміщені поблизу витоку кожного водосховища.

Враховуючи наявність тільки щодобових вимірювань (добовий інтервал сталості даних), розрахунок вівся з добовою дискретністю.

Поточні об'єми водосховищ визначалися за кривими залежності об'ємів від рівнів (h) води у водосховищах

$$V(h) = n_2 h^2 + n_1 h + n_0,$$



Рис. 3. Каскад дніпровських водосховищ

де n_0, n_1, n_2 – константи, а h – рівень водосховища в Балтійській системі координат [32]. Для Київського водосховища $V(h)$ має вигляд (при розмірності км^3):

$$V(h) = (84.2044 \cdot h^2 - 16423 \cdot h + 801987.8) \cdot 0.001.$$

Детальну інформацію про щодобові витрати води притоків водосховищ, а також дані стосовно щодобових рівнів водосховищ було отримано у Центральній геофізичній обсерваторії імені Бориса Срезневського.

Поточні дані про концентрації ^{90}Sr у розчині по притоках водосховищ та дані про концентрації ^{90}Sr на витоку водосховищ були взяті з бази даних УкрГМІ ДСНС України та НАН України.

Розрахунки проводилися для 1991, 1994 і 1999 років, коли спостерігалось значне збільшення концентрації ^{90}Sr у річці Прип'ять під час високих повеней і льодових заторів [26]. За даними вимірювань 1994 р. було визначено гідрологічні (зокрема, залежність об'єму водосховища, що бере участь у водообміні, від рівня Київського водосховища) і токсикологічні параметри Київського водосховища та, орієнтовно (за відсутності достатньої кількості токсикологічних даних), інших водосховищ. Під час моделювання перенесення забруднення враховувалася відсутність взаємодії ^{90}Sr із звислими намулами.

На Рис. 4 наведено порівняння розрахунків концентрацій розчиненого ^{90}Sr (зелена лінія, ліва шкала графіка) і вимірювань (Різнокольорові точки представляють дані вимірювань розчиненого ^{90}Sr , виконані різними організаціями.) Точність вимірювань становить від 30 до 50% [26] у районі Вишгорода в першому кварталі 1999 року ($\text{Бк}/\text{м}^3$). Чорна лінія - розраховані концентрації ^{90}Sr ($\text{Бк}/\text{кг}$) у донних відкладеннях (їм відповідає права шкала графіка).

На Рис. 5 показано концентрації розчиненого ^{90}Sr у гирлі Прип'яті (апроксимація вимірювань) і у м. Вишгород (розрахунок).

Графіки демонструють узгодженість розрахунків з результатами вимірювань і адекватність моделі процесам, що мають місце.

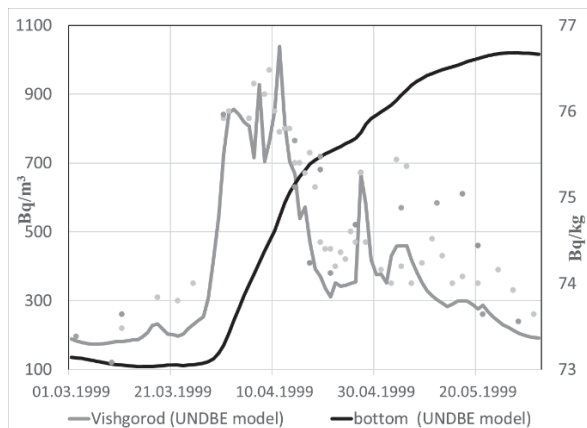


Рис. 4. Концентрація ^{90}Sr в розчині в м. Вишгород ($\text{Бк}/\text{м}^3$) і шарі донних відкладень ($\text{Бк}/\text{кг}$)

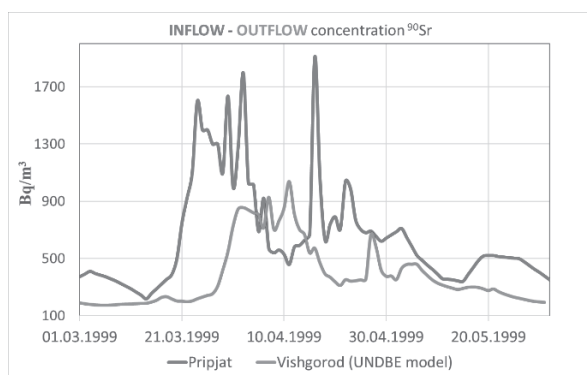


Рис. 5. Концентрація ^{90}Sr в розчині в гирлі Прип'яті і в м. Вишгород ($\text{Бк}/\text{м}^3$)

Зсуви пікових забруднень другого графіка відносно першого (Рис. 5) наочно ілюструють вплив параметра T_R (час транспортування забруднення від витоку до витоку) на результати моделювання.

Час розрахунку річного інтервалу для всіх шести водосховищ каскаду менше 0,1 сек.

Висновки

Модель UNDBE на відміну від моделей, що їх традиційно використовують як основу адвекційно-дифузійне рівняння, більш адекватно описує процеси перенесення радіонуклідів у проточних водоймах.

Будучи камерною моделлю, що описується системою звичайних диференціальних рівнянь із запізнілим аргументом, UNDBE, порівняно з 1-2- і 3-х мірними моделями, є простою, має значно менші вимоги до кількості початкових і граничних

даних, дуже короткий час, необхідний для здійснення розрахунків.

Малий час комп'ютерної реалізації забезпечує можливість проведення параметричної ідентифікації та оперативне використання моделі для адаптації до різних типів радіонуклідів в різноманітних водоймах, використання моделі у системах аварійного реагування.

Література

1. Y. Onishi, R. J. Seine, E. M. Amokl, C. E. Cowan, F. L. Thompson, Critical review-radio-nuclide transport, sediment transport, and water quality mathematical modeling; and radionuclide adsorption/desorption mechanisms. Battelle Pacific Northwest Laboratory, Richland, WA 99352, U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1981. <http://dx.doi.org/10.2172/10125120>
2. J. A. Cunge, F. M. Holly, A. Verwey, Practical aspects of computational river hydraulics, London Pitman Publ, 1980. Accessed: 11.12.2023. <https://pdfcoffee.com/practical-aspects-computational-river-hydraulics-pdf-free.html>
3. G. I. Taylor, The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, in: Proceedings of the Royal Society A, 1954 223(1155) 446-468. <https://doi.org/10.1098/rspa.1954.0130>
4. J. W. Elder, The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. Journal of Fluid Mechanics, 1959, 5(04) 544-560. doi:10.1017/s0022112059000374
5. H. B. Fischer, The Mechanics of Dispersion in Natural Streams, in: Journal Hydraulics Division Proceedings, ASCE, 1967, 93(6), 187-216. <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0002136>
6. W. Rauch, M. Henze, L. Koncsos, P. Reichert, P. Shanahan, L. Somlyódy, P. Vanrolleghem, River water quality modelling: I. state of the art, in: Water Science and Technology 1998 38(11) 237-244. [doi.org/10.1016/S0273-1223\(98\)00660-X](https://doi.org/10.1016/S0273-1223(98)00660-X)
7. L. Monte, P. Boyer, J. E. Brittain, L. Hakanson, S. Lepicard, J. T. Smith, Review and assessment of models for predicting the migration of radionuclides through rivers, in: Journal of Environmental 2005 79(3) 273-296. <https://doi.org/10.1016/j.jenvrad.2004.08.002>
8. L. Monte, Multi-model approach and evaluation of the uncertainty of model results. Rationale and applications to predict the behaviour of contaminants in the abiotic components of the fresh water environment, in: Ecological Modelling. 2009. 220(12) 1469-1480. doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2009.03.022
9. Overview of Hydrological Dispersion Module - HDM of RODOS, RODOS-WG4-TN(99)18, 1999 Accessed: 11.12.2023. https://resy5.ites.kit.edu/RODOS/Documents/Public/HandbookV5/Volume3/RODOS_WG4_TN99_18.pdf
10. Quantification of radionuclide transfer in terrestrial and freshwater environments for radiological assessments. IAEA-TECDOC-1616, VIENNA, 2009. Accessed: 11.12.2023. https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/te_1616_web.pdf
11. N. Yotsukura, H. B. Fischer, W. W. Sayer, Measurements of Mixing Characteristics of the Missouri River between Sioux City, Iowa, and Plattsmouth, Nebraska. U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1899-G, 1970. Accessed: 11.12.2023. <https://pubs.usgs.gov/wsp/1899g/report.pdf>
12. T. J. Day, Longitudinal Dispersion in Natural Channels, Water Resources Research, 1975 11(6) 909-918. doi:10.1029/wr011i006p00909
13. K. E. Bencala, R. A. Walters, Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream: a transient storage model in: Water Resources Research, 1983 19(3) 718-724. Accessed: 11.12.2023. https://www.researchgate.net/publication/252641054_Simulation_of_Solute_Transport_in_a_Mountain_Pool-and-Riffle_Stream_A_Transient_Storage_Model
14. C. Legrand-Marcq, H. Laudelout, Longitudinal dispersion in a forest stream, in: Journal of Hydrology, 1985 78(3-4) 317-324. doi:10.1016/0022-1694(85)90109-x
15. R. González-Pinzón, R. Haggerty, M. Dentz, Scaling and predicting solute transport processes in streams, in: Water Resources Research, (2013) 49(7) 4071-4088. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20280>
16. J. Chabokpour, Study of pollution transport through the rivers using aggregated dead zone and hybrid cells in series models, in: International Journal of Environmental Science and Technology, 2020. doi:10.1007/s13762-020-02741-w
17. K. Richardson, P. A. Carling, The hydraulics of a straight bedrock channel: Insights from solute dispersion studies, in: Geomorphology, 2006 82 98-125. doi: 10.1016/j.geomorph.2005.09.022.
18. C. G. Narayan, C. M. Govinda, P. Ojha, Hybrid-Cells-in-Series Model for Solute Transport in a River, in: Journal of Environmental Engineering 2004 130(10) 1198-1209.

- doi:10.1061/(ASCE)0733-9372(2004)130:10(1198)
19. J. L. Matthew, A. C. Luis, S. Chapra, On the relationship of transient storage and aggregated dead zone models of longitudinal solute transport in streams, in: *Water Resources Research*, 2000 36(1) 213-224. doi:10.1029/1999WR900265
 20. K. J. Beven, P. C. Young, An aggregated mixing zone model of solute transport through porous media, in: *Journal of Contaminant Hydrology*, 1988 3(2-4) 129-143. [https://doi.org/10.1016/0169-7722\(88\)90028-9](https://doi.org/10.1016/0169-7722(88)90028-9)
 21. S. G. Wallis, P. C. Young, K. J. Beven, Experimental Investigation of the Aggregated Dead Zone Model in: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 1989 87(1) PART 2 1-22. <https://doi.org/10.1680/iicep.1989.1450>
 22. M. J. Lees, L. A. Camacho, P. Whitehead, Extension of the QUASAR river quality model to incorporate dead-zone mixing, in: *Hydrology and Earth System Sciences*, 1998 2(2-3) 353-365. <https://doi.org/10.5194/hess-2-353-1998>
 23. P. C. Young, Identification and estimation of continuous-time hydrological models from discrete-time data, in book: *Hydrology: Science and Practice for the 21st Century*, Publisher: British Hydrological Society: London. 2004 406-413 Accessed: 11.12.2023. https://www.researchgate.net/publication/266446716_Identification_and_estimation_of_continuous-time_hydrological_models_from_discrete-time_data
 24. T. Beer, P. C. Young, Longitudinal Dispersion in Natural Streams, in: *Journal of Environmental Engineering*, 1983 109(5) 1049-1067. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9372\(1983\)109:5\(1049\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9372(1983)109:5(1049))
 25. V. P. Sizonenko, Increasing accuracy of the box model. in: Babovic, V., Larson, L. C. (Eds.), *Hydroinformatics '98—Proceedings of the Third International Conference on Hydroinformatics/Copenhagen/Denmark/24–26 August 1998*, vol. 1. A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 225–230. http://publications.pvandenhof.nl/Paperfiles/Silvis&etal_Hydroinformatics1998.pdf
 26. Радиогеоэкология водных объектов зоны влияния аварии на Чернобыльской АЭС: В 2т. / Государственный комитет Украины по гидрометеорологии, Национальная Академия Наук Украины. – К.: Чернобыльинтерформ, 1998. [Radiogeoeology of water bodies in the zone of influence of the Chernobyl NPP accident / State Committee of Ukraine on Hydrometeorology; National Academy of Sciences of Ukraine. Kiev, Chernobylinterinform, 1998.] [In Russian]
 27. E. Hairer, S. Norsett, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems*. Berlin Heidelberg, 1987.
 28. Н. З. Шор, С. И. Стеценко, Квадратичные экстремальные задачи и не дифференцируемая оптимизация. Киев: Наукова Думка, 1989. [N. Z. Shor, S. I. Stetsenko, Quadratic extremal problems and non-different optimization. Kiev: Naukova Dumka, 1989.] [In Russian]
 29. Bielyh T., Sizonenko V., Application of the UNDBE Model in Combination with the RALG Procedure, *Cybernetics and Computer Technologies*. 2022, No.4(12). 82-92. DOI:10.34229/2707-451X.22.4.0]
 30. Testing of Models for Predicting the Behaviour of Radionuclides, in *Freshwater Systems and Coastal Areas*. Report of the Aquatic Working Group of EMRAS Theme 1. IAEA-tecdoc-1678 International Atomic Energy Agency, Vienna, Austria (2012) [cited 30 Dec 2023]. <http://www-ns.iaea.org/downloads/rw/projects/emras/final-reports/aquatic-tecdoc-final.pdf>
 31. А. В. Караушев, Речная гидравлика. Л.: Гидрометеоздат, 1969. [A. V. Karaushev, River hydraulics. L.: Gidrometeoizdat, 1969.] [In Russian]
 32. М. С. Каганер, Гидрометеорологический режим озёр и водохранилищ СССР. Л.: Гидрометеоздат, 1976. [M. S. Kaganer Hydrometeorological regime of lakes and reservoirs of the USSR. L.: Gidrometeoizdat, 1976. 348 P.] [In Russian]

Одержано: 08.04.2024

Внутрішня рецензія отримана: 21.04.2024

Зовнішня рецензія отримана: 28.04.2024

Про автора:

¹Сизоненко Володимир Петрович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник. <http://orcid.org/0009-0007-2274-5838>.

Місце роботи автора:

¹Інститут програмних систем
НАН України, Київ
тел. +38-097-491-99-55
E-mail: jasizyj@yahoo.com