

I.O. Романенко, А.Л. Яловець

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД СТАНУ ДОСЛІДЖЕНЬ З МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕСЛІДУВАННЯ/УТІКАННЯ У ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ

В статті наведено аналітичний огляд основних тенденцій, домінуючих у світі в рамках вирішення проблем моделювання процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі. З метою отримання більш структурованого розгляду існуючого стану виявлено основні аспекти виконуваних досліджень та здійснено подальший аналіз таких аспектів. Проаналізовано основні підходи до моделювання процесу переслідування/утікання у тривимірному просторі та об'єкти, які при цьому розглядаються. Досліджено методи планування шляхів учасників процесу переслідування/утікання у тривимірному просторі. Розглянуто підходи, використані для формування стратегій переслідування/утікання у тривимірному просторі. За результатами аналізу обґрунтовано, що виконаний огляд дозволяє отримати загальне уявлення про основні світові тенденції, що склалися на сьогодні в дослідженнях процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі.

Ключові слова: агент, гравець, тривимірний простір, безпілотні літальні апарати, методи планування шляхів, стратегії переслідування/утікання.

I.O. Romanenko, A.L. Yalovets

ANALITICAL REVIEW OF THE STATE OF RESEARCH ON MODELING THE PROCESSES OF PURSUIT/ESCAPE IN THREE-DIMENSIONAL SPACE

The article provides an analytical review of the main trends dominant in the world in solving the problems of modeling the processes of pursuit/escape in three-dimensional space. In order to obtain a more structured consideration of the current state, the main aspects of the research performed are identified and further analysis of such aspects is carried out. The main approaches to modeling the process of pursuit/escape in three-dimensional space and the objects that are considered are analyzed. The methods of planning the paths of participants in the process of pursuit/escape in three-dimensional space are studied. The approaches used to form pursue/escape strategies in three-dimensional space are considered. Based on the results of the analysis, it is substantiated that the review allows to get a general idea of the main global trends that have developed today in the study of the processes of pursuit/escape in three-dimensional space.

Keywords: agent, player, three-dimensional space, drones, path-planning techniques, pursuit/escape strategies.

Вступ

Задачі переслідування/утікання є відомими задачами, які мають велике теоретичне та прикладне значення, є достатньо вивченими та дослідженими, причому традиційно їх дослідження виконуються в рамках теорії диференціальних ігор (див., наприклад, [1-6]). Огляд сучасного стану таких досліджень для випадку переслідування/утікання на площині викладено, наприклад, в [7]. Водночас в останні десятиріччя задачі переслідування/утікання також активно досліджуються і за допомогою мультиагентного підходу (див., наприклад, [8-

13]). Однак, як зауважується в [14-16], на сьогоднішній день відомі дослідження в основному стосуються задач переслідування/утікання *на площині*, і є лише незначна кількість відкритих публікацій, присвячених дослідженням задач переслідування/утікання *у тривимірному просторі*.

Метою даної статті є огляд стану досліджень з моделювання процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі на основі аналізу відкритих джерел. З метою отримання більш структурованого розгляду існуючого стану, в статті здійсню-

ється виявлення основних аспектів виконуваних досліджень процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі та провадиться подальший аналіз таких аспектів.

1. Основні аспекти досліджень процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі

За результатами узагальнення аналізу відкритих джерел [14-24] виявлено низку аспектів досліджень процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі, яким відповідають:

- Підходи, використані для моделювання процесу переслідування/утікання:
 - підхід, заснований на теорії диференціальних ігор [15, 18, 19, 21, 22, 24];
 - мультиагентний підхід [14, 16, 17, 20, 23].
- Об'єкти досліджень:
 - безпілотні літальні апарати [15, 17 – 22];
 - автономні підводні апарати [16, 22];
 - безпілотні наземні апарати [14, 15, 20];
 - персонажі комп'ютерних ігор [23];
 - гіперзвукові транспортні засоби [24].
- Склад учасників досліджуваного процесу переслідування/утікання:
 - один переслідувач та один утікач [15, 18, 21];
 - два переслідувача та один утікач [20, 24];
 - декілька переслідувачів та один утікач [14, 19, 23];
 - декілька переслідувачів та декілька утікачів [16, 22];
 - до 100 переслідувачів та 100 утікачів [17].
- Структура складу учасників досліджуваного процесу переслідування/утікання:
 - гомогенна [14, 16 – 19, 21, 22, 24];
 - гетерогенна [15, 20, 23].
- Задачі, розв'язувані в рамках моделювання процесу переслідування/утікання:
 - планування дій утікача [19] або переслідувачів [19, 23];

- планування траєкторій руху переслідувачів [14, 22, 23];
- прогнозування траєкторій руху утікача [19].
- Особливості врахування впливу навколишнього середовища на об'єкт досліджень:
 - врахування вітрових навантажень [19, 22];
 - врахування підводних потоків [22];
 - врахування рельєфу місцевості [14, 16, 20].
- Використані методи планування шляхів:
 - метод потенціальних полів [19, 20];
 - метод, заснований на побудові діаграми Вороного [14, 22];
 - метод, заснований на побудові графа видимості [14, 23].
- Підходи, використані для формування стратегій переслідування/утікання:
 - геометричний підхід, заснований на побудові кіл (сфер) Аполлонія [15, 19];
 - підхід, заснований на Марківських процесах прийняття рішень [17, 24];
 - підхід, заснований на використанні методів пошуку на графах [14, 23].

2. Змістовний аналіз виявлених аспектів досліджень

Аналіз виявлених аспектів дозволяє зробити два очевидних висновка. По-перше, розглянуті дослідження практично в однаковій мірі засновані на використанні обох підходів до моделювання процесів переслідування/утікання: як підходу, що ґрунтується на теорії диференціальних ігор, так і мультиагентного підходу. По-друге, у якості об'єктів досліджень в переважній більшості випадків виступають безпілотні літальні апарати (БПЛА) та автономні підводні апарати (АПА). Проаналізуємо ці висновки й те, що з них випливає.

2.1. Щодо підходів до моделювання процесу переслідування/утікання. Паритет у використанні обох підходів до моделювання свідчить про наявність однакової зацікавленості в отриманні як теоретичних, так і прикладних результатів досліджень проблеми переслідування/уті-

кання у тривимірному просторі. Однак, як можна побачити вище, вибір конкретного підходу впливає на аналізований склад учасників досліджуваного процесу переслідування/утікання: теоретико-ігровий підхід до моделювання дозволяє досліджувати лише обмежений склад учасників (максимально це декілька переслідувачів та утікачів), тоді як мультиагентний підхід – досить великий склад (до 100 переслідувачів та 100 утікачів). Така різниця пояснюється тим [8], що, якщо теоретико-ігровий підхід ґрунтується на наявності закону еволюції досліджуваної динамічної системи, заданої відповідними диференціальними рівняннями, які передбачають спрощений розгляд процесу переслідування/утікання та дозволяють описати лише досить прості ситуації, то мультиагентний підхід не потребує завдання закону еволюції динамічної системи (за неї в обох випадках виступає процес переслідування/утікання), а еволюція системи відбувається внаслідок дій та взаємодій агентів, які задаються певними правилами або алгоритмами. На їх основі формуються (з урахуванням явища емергентності) достатньо складні ситуації переслідування/утікання.

Слід зауважити, що іноді в публікаціях спостерігаються випадки (див., наприклад, [22]), коли в дослідженнях використовується теоретико-ігровий підхід, але гравців називають агентами. Наголосимо, що це концептуальна помилка, яка вводить в оману читача й спотворює зміст публікації через підміну понять та свідчить, принаймні, про нездатність авторів розрізнити зазначені підходи.

Далі, не порушуючи загальності викладення, з метою запобігання таких непорозумінь, розглядаючи умовного учасника процесу переслідування/утікання будемо іменувати його як «агент (гравець)», розуміючи під цим щоразу лише одну з цих назв, яка відповідатиме сутності використовуваного підходу для моделювання. Тобто, якщо в дослідженнях використано підхід, заснований на теорії диференціальних ігор, то змістовно під терміном «агент (гравець)» будемо розуміти гравця; якщо ж мультиагентний підхід – то агента.

2.2. Щодо об'єктів досліджень. Розгляд таких об'єктів досліджень як БПЛА та АПА потребують врахування впливу навколишнього середовища на них. Так, в [22] зазначається, що «причина, через яку ми розглядаємо динамічні умови навколишнього середовища, полягає в тому, що наявність змінних в часі або просторово мінливих потоків може істотно вплинути на рух транспортних засобів і відповідну стратегію. Це стосується, зокрема, випадків, коли переслідувачами або утікачами (або обома) є невеликі автономні підводні апарати (АПА) або невеликі безпілотні літальні апарати (БПЛА)». В [19] підкреслюється, що для БПЛА проблема моделювання процесів переслідування/утікання ускладнюється наявністю значних вітрових навантажень, які впливають на траєкторію та стратегії руху агентів (гравців). Крім того, як зауважується в [20], одночасно необхідно врахувати рельєф місцевості.

В аналізованих публікаціях врахування навантажень на об'єкт досліджень з боку навколишнього середовища, зокрема, забезпечується як за допомогою диференціальних рівнянь [22], так і з використанням інтелектуальних методів управління [19]. Наприклад, в [19] інтелектуальні методи управління базуються на стратегіях, що реалізуються за допомогою бази знань, в якій подано множину правил управління, що враховують задані обмеження управління та існуючі збурення навколишнього середовища.

Крім того, вид об'єкта досліджень впливає на вибір методів планування шляхів агентів (гравців), в межах яких також вирішуються проблеми обходу перешкод навколишнього середовища. Наприклад, якщо розглядати як об'єкт досліджень БПЛА або АПА, то в аналізованих дослідженнях [19, 20, 22] такими методами виступають метод потенціальних полів та метод, заснований на побудові діаграми Вороного. В інших випадках [14, 23] використано метод, заснований на побудові графа видимості. Ці методи розглянуто в п. 2.4.

Окремо слід згадати про безпілотні наземні апарати (БНА), які зазвичай не розглядаються як об'єкти досліджень процесів переслідування/утікання у тривимір-

ному просторі. Однак в аналізованих дослідженнях [14, 15, 20] БНА виступають такими об'єктами досліджень або в складі гетерогенної команди агентів (гравців) [15, 20], в якій БНА діє на площині та виступає як утікач [15, 20], так і переслідувач [20], а БПЛА діють у тривимірному просторі та виступають переслідувачами, або в складі гомогенної команди агентів (гравців) [14], що діють у навколишньому середовищі 2.5D (тобто в 2D-середовищі, доповненому картою висот).

2.3. Щодо складу учасників досліджуваного процесу переслідування/утікання. Спостережувані тенденції в аналізованих дослідженнях такі, що понад дві третини розглянутих складів учасників містять лише одного утікача. Водночас, переважна більшість таких випадків досліджувалася з точки зору теорії диференціальних ігор. Це свідчить про те, що сучасні дослідження переслідування/утікання у тривимірному просторі здебільшого орієнтовані на розгляд найпростіших ситуацій.

З іншого боку, у цих дослідженнях розглядалися як гомогенні, так і гетерогенні структури складу учасників процесу переслідування/утікання. Наприклад, в [18, 19, 21] гомогенні структури включали тільки БПЛА. В свою чергу, в [15] гетерогенна структура учасників переслідування/утікання включала БПЛА як переслідувача та БНА як утікача, в [20] – БПЛА та БНА як переслідувачів та БНА як утікача, а в [23] – персонажів комп'ютерної гри як переслідувачів та персонажа, керованого людиною-гравцем, як утікача.

2.4. Щодо методів планування шляхів агентів (гравців). Зауважимо, що для вирішення проблем планування шляхів навколишнє середовище необхідно перетворити на певне дискретне подання, придатне для виконання планування шляхів за допомогою відомих методів. Для цього використовуються такі підходи [25]:

– *Планування на основі методу потенціальних полів.* Цей підхід заснований на створенні градієнту в навколишньому середовищі агента (гравця), що направляє його у вільному просторі навколишнього середовища до цільової позиції з множини його попередніх позицій.

– *Побудова графу пошуку.* Цей підхід передбачає побудову графу зв'язності у вільному просторі навколишнього середовища агента (гравця), на якому і здійснюється пошук шляхів.

Планування на основі методу потенціальних полів засновано на ідеї створення штучного потенціального поля в навколишньому середовищі агента (гравця), де він розглядається як точка, на яку це поле впливає. Ціль (глобальний мінімум у цьому полі) діє на агента (гравця) як сила тяжіння, а перешкоди – як сили відштовхування. Суперпозиція всіх сил плавно направляє агента (гравця) до цілі, одночасно уникаючи його зіткнень з відомими перешкодами. Треба зауважити, що використання підходу потенціальних полів дозволяє забезпечити більше, ніж планування шляху. Таке поле утворює закон керування рухом агента (гравця): якщо агент (гравець) може локалізувати своє місцезнаходження відносно навколишнього середовища та потенціального поля, то він завжди може визначити свій наступний потрібний крок, заснований на полі. Основним недоліком підходу на основі потенціальних полів є те, що у полі можуть існувати локальні мінімуми, які можуть дезорієнтувати агента (гравця) у пошуку цілі. Зауважимо, що в аналізованих дослідженнях метод потенціальних полів використовувався з урахуванням певних обмежень навколишнього середовища або поєднувався з іншими методами. Наприклад, в [20] цей метод використовувався для планування дій переслідувачів лише у разі, коли утікачі знаходяться в полі зору (тобто в межах прямої видимості) переслідувачів. У свою чергу, в [19] метод потенціальних полів, використаний для вирішення проблеми уникнення перешкод, поєднано з геометричним підходом, заснованим на побудові сфер Аполлонія, що загалом забезпечило формування раціональних стратегій руху агентів (гравців).

Будуючи граф пошуку, агент (гравець) з'єднує початкову та цільову позиції у вільному просторі навколишнього середовища множиною ліній, які утворюють граф зв'язності як множину шляхів, що існують між початковою та цільовою позиціями. Для створення графу пошуку найбільше поши-

рення набули методи, засновані на побудові *діаграми Вороного* та *графу видимості*.

Метод, заснований на побудові діаграми Вороного. Під час побудови діаграми Вороного знаходиться множина точок, кожна з яких є центром кола, вписаного у вільний простір навколишнього середовища, який торкається як мінімум двох точок контурів перешкод. У процесі з'єднання послідовностей таких точок утворюються ребра, які складаються з прямих та параболічних сегментів, а вершини графа відповідають точкам зустрічі різних ребер та початковій і цільовій вершинам. Водночас забезпечується максимізація відстані між агентом (гравцем) та перешкодами в навколишньому середовищі. Створюючи діаграму Вороного, агент (гравець) з'єднує початкову та цільову позиції у вільному просторі навколишнього середовища множиною ліній, що утворюють граф зв'язності як множину шляхів, які існують між початковою та цільовою позиціями. Однак найкоротший шлях, знайдений на діаграмі Вороного, не є оптимальним за критерієм довжини. В аналізованих дослідженнях діаграма Вороного використовується для розв'язання різних задач. Наприклад, в [14] вона використовується для виявлення вузьких ділянок навколишнього середовища агента (гравця) з метою виключення таких ділянок з процесу пошуку шляху на графах. А в [22] за допомогою діаграми Вороного здійснюється динамічне призначення доцільних переслідувачів для захоплення відповідних утікачів.

Метод, заснований на побудові графа видимості, де граф видимості складається з множини ребер, що зв'язують усі пари вершин, які є видимими (тобто ребра проходять через вільний простір навколишнього середовища) між собою (включаючи початкову та цільові позиції як вершини). Прямі лінії (шляхи), що з'єднують ці вершини, є найкоротшими відстанями між ними, і задача пошуку на утвореному графі видимості полягає в знаходженні за допомогою методів пошуку на графах найкоротшого шляху з множини шляхів, існуючих між початковою та цільовою вершинами цього графа. Завдяки досить простій процедурі його побудови, граф видимості

отримав досить широке використання на практиці. Водночас, таке подання має свої недоліки. По-перше, розмір графа видимості зростає зі збільшенням полігонів перешкод, що негативно впливає на ефективність використовуваних процедур пошуку на цьому графі. По-друге, ребра, що утворюються під час побудови графа видимості, проходять на мінімальній відстані від перешкод, що негативно впливає на безпечність навігації агента (гравця) обраним найкоротшим шляхом. В аналізованих дослідженнях [14, 23] цей метод використовується для створення графа, на якому агенти (гравці) виконують пошук шляхів за допомогою методів пошуку на графах.

Зауважимо, що за допомогою зазначених методів в рамках виконання пошуку шляхів також забезпечується вирішення проблем обходу перешкод навколишнього середовища.

2.5. Щодо підходів, використаних для формування стратегій переслідування/утікання. Як зазначено в п.1 статті, в аналізованих дослідженнях для формування стратегій переслідування/утікання використано такі підходи:

- геометричний підхід, заснований на побудові кіл (сфер) Аполлонія [15, 19];
- підхід, заснований на Марківських процесах ухвалення рішень [17, 24];
- підхід, заснований на використанні методів пошуку на графах [14, 23].

Коротко проаналізуємо названі підходи.

Геометричний підхід, заснований на побудові кіл (сфер) Аполлонія використано в [15, 19]. Зокрема, в [15] побудова кола (сфери) Аполлонія ґрунтується на використанні ізохронів. Ізохрон – це множина точок, які агент (гравець) може досягти одночасно, а перетин ізохронів переслідувачів та утікачів – це множина точок, до яких вони можуть прибути одночасно. В загальному випадку перетин ізохронів таких агентів (гравців), що рухаються з різною швидкістю, утворює коло (сферу) Аполлонія. Формування стратегії переслідування/утікання в [15] ґрунтується на побудові перетину ізохронів переслідувача, який рухається у тривимірному просторі, та ізохронів утікача, що рухається на площині, що від-

повідляє перетину сфери Аполлонія, побудованої в 3D-просторі, та кола Аполлонія, побудованого на 2D-площині. В свою чергу, в [19] процес побудови сфер Аполлонія поєднано з модифікованим методом потенціальних полів, що в результаті дозволило сформувати раціональну стратегію руху агентів (гравців), в межах якої також вирішується проблема уникнення перешкод навколишнього середовища.

Підхід, заснований на Марківських процесах ухвалення рішень використано в [17, 24]. В загальному випадку Марківські процеси ухвалення рішень (МППР) – це основа для моделювання послідовного ухвалення рішень в ситуаціях, коли результати частково випадкові та частково залежать від дій агента (гравця). В МППР агент (гравець) діє в навколишньому середовищі та взаємодіє з ним. Агент (гравець) вибирає дії, а навколишнє середовище реагує на ці дії та формує нові ситуації для агента (гравця). Водночас, навколишнє середовище генерує винагороди – числові значення, які агент (гравець) прагне максимізувати з часом шляхом вибору дій.

Формально МППР описується кортежем $(s_t, a_t, p_{a_t}(s_t, s_{t+1}), r_{a_t}(s_t, s_{t+1}))$, де s_t – стан навколишнього середовища в момент часу t ; a_t – дія, вчинена агентом (гравцем) в результаті процесу ухвалення рішень в момент часу t ; $p_{a_t}(s_t, s_{t+1})$ – ймовірність переходу навколишнього середовища у стан s_{t+1} за умови виконання дії a_t в стані s_t ; $r_{a_t}(s_t, s_{t+1})$ – винагорода, отримувана агентом (гравцем) в результаті виконання дії a_t , внаслідок якої відбувся перехід зі стану s_t у стан s_{t+1} (зазначимо, що $s_t, s_{t+1} \in S$, де S – скінченна множина станів навколишнього середовища; $a_t \in A$, де A – скінченна множина дій, які агент (гравець) може виконати).

Основним механізмом управління поведінкою агента (гравця) в МППР є функція винагороди. Надаючи позитивні та негативні винагороди агенту (гравцю), такий механізм здатний визначити, які дії приводять до позитивної винагороди, а рішення

МППР дозволяють максимізувати очікування майбутньої винагороди.

Так, для вирішення проблем переслідування/утікання в [17] використовуються позитивні та негативні винагороди, які поєднуються разом, утворюючи напругу між потенційними діями. Наприклад, розміщення позитивної винагороди біля місця розташування утікача привертає увагу переслідувачів, але розміщення негативної винагороди на утікачі дозволяє запобігти зіткненню з ним. Між цими позитивними і негативними винагородами створюється природна рівновага, а це породжує бажану поведінку наближення переслідувача до утікача без зіткнення з ним.

У свою чергу, в [24] процес переслідування/утікання також моделюється як МППР, однак функція винагороди використовується дещо інакше. Зауважимо, що в [24] досліджується інтелектуальна стратегія маневру для гіперзвукових транспортних засобів. Ефективність цієї стратегії оцінюється двома показниками: величиною відхилення агента (гравця) від цілі та споживанням енергії під час маневру. При цьому, значення цих показників суперечать один одному протягом всього процесу переслідування/утікання: очікування збільшення величини відхилення від цілі вимагає більшого перевантаження під час маневрування, що потребує більше енергії, а економія енергії неминуче призведе до зменшення величини можливого відхилення. Тому ці показники мають бути кількісно кореговані, що здійснюється за рахунок коефіцієнта енергозбереження (який виступає як функція винагороди), а зміна величини коефіцієнта енергозбереження дозволяє кількісно регулювати два вищезгаданих показники.

Підхід, заснований на використанні методів пошуку на графах, розглянуто в [14, 23]. У цих дослідженнях пошук виконується на графі видимості (див. п.2.4). Зазначимо, що для пошуку шляхів на графі видимості можуть використовуватись різні методи (алгоритми), в тому числі: пошуку

вшир, пошуку вглиб, Дейкстри, A^* , D^* . В аналізованих дослідженнях [14, 23] для формування стратегій переслідування/утікання агентів (гравців) використано алгоритм A^* .

Алгоритм A^* є удосконаленням алгоритму Дейкстри, яке здійснено шляхом введення евристичної функції, що враховує властивості графу пошуку і дозволяє зменшити кількість досліджуваних вершин графу. В алгоритмі A^* порядок обходу вершин графу визначається евристичною функцією $f(n)$ як сумою функції $g(n)$ вартості шляху від початкової до даної вершини n та функції $h(n)$ як евристичної оцінки вартості шляху від цієї вершини n до цільової: $f(n) = g(n) + h(n)$. Алгоритм A^* досліджує граф ітеративно, розглядаючи шляхи, що виходять з початкової вершини. На кожному кроці ітерації алгоритм розглядає вершини, суміжні поточній вершині, та обирає ту з них, для якої $f(n)$ є мінімальною, після чого ця вершина «розкривається». В загальному випадку на кожному кроці ітерації алгоритм оперує з множиною шляхів від початкової вершини до ще не «розкритих» вершин графу. Такі шляхи зберігаються в черзі з пріоритетом, де пріоритет визначається за значенням $f(n)$. Алгоритм продовжує свою роботу доти, поки не досягне цільової вершини і не визначить шлях до неї з найменшим значенням $f(n)$. Недоліком алгоритму A^* є те, що евристичні оцінки вартості шляхів задані остаточно і не можуть бути змінені в процесі роботи алгоритму (без його перезапуску), що не дозволяє коректно планувати шляхи в динамічно змінюваному середовищі.

Зазначимо, що в [14] граф видимості створюється агентом (гравцем) з використанням карти висот. Алгоритм A^* виконує пошук мінімального шляху на такому графі, де для кожного ребра графа призначається функція вартості, яка визначається з урахуванням обчислення мінімальної відстані до інцидентної вершини графа. В свою чергу, в [23] графом видимості виступає навігаційна сітка, яка визначає можливі місця, яким може рухатись агент (гравець). Ребрам такого графа поставлені у відповідність ва-

ртисні оцінки, які враховують відстані між вершинами графа та використовуються алгоритмом A^* в процесі пошуку мінімального шляху.

Висновки

Виконаний аналітичний огляд відкритих джерел дозволяє, на нашу думку, отримати загальне уявлення про основні світові тенденції, що склалися на сьогодні в дослідженнях процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі.

Зокрема, з виконаного огляду стає очевидною однакова зацікавленість в отриманні як теоретичних, так і прикладних результатів досліджень процесів переслідування/утікання у тривимірному просторі, що пояснюється великою актуальністю цієї сфери досліджень для різних галузей застосування (насамперед військової галузі). Водночас, у переважній більшості випадків об'єктом досліджень стають безпілотні літальні й автономні підводні апарати, що наразі відповідає широкому попиту на використання цих апаратів для виконання спеціальних операцій (в тому числі військових). У цьому контексті підвищується актуальність задачі врахування впливу фактору навколишнього середовища на досліджувані об'єкти (вітрових навантажень, підводних потоків, особливостей рельєфу місцевості). Необхідність розв'язання таких задач потребувала вирішення низки проблем, в тому числі проблем планування шляхів в навколишньому середовищі з урахуванням уникнення перешкод. А вирішення проблем планування шляхів, у свою чергу, актуалізувало необхідність вирішення проблем формування стратегій переслідування/утікання у тривимірному просторі.

Наголосимо, що окреслені вище аспекти характеризують лише основні напрями досліджень проблем переслідування/утікання у тривимірному просторі, але не обмежують їх.

ЛІТЕРАТУРА

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 479 с.
2. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.

3. Петросян Л.А., Рисхiev Б.Б. Преследование на плоскости. М.: Наука, 1991. 91 с.
4. Петросян Л.А., Томский Г.В. Геометрия простого преследования. Новосибирск: Наука, 1983. 140 с.
5. Пшеничный Б.Н., Остапенко В.В. Дифференциальные игры. К.: Наукова думка, 1992. 259 с.
6. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. К.: Наукова думка, 1992. 364 с.
7. Weintraub I.E., Pachter M., Garcia E. An Introduction to Pursuit-evasion Differential Games. *2020 American Control Conference (ACC)*, pp. 1049-1066, DOI: 10.23919/ACC45564.2020.9147205
8. Яловець А.Л. Мультиагентне моделювання переслідування на площині: від теорії до програмної реалізації. К.: Наукова думка, 2019. 165 с.
9. Lopez V.G., Lewis F.L., Wan Y., Sanchez E.N., Fan L. Solutions for Multiagent Pursuit-Evasion Games on Communication Graphs: Finite-Time Capture and Asymptotic Behaviors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020. Vol. 65, No. 5, pp. 1911-1923, DOI: 10.1109/TAC.2019.2926554
10. Deng Z., Kong Z. Multi-Agent Cooperative Pursuit-Defense Strategy Against One Single Attacker. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020. Vol. 5, No. 4, pp. 5772-5778, DOI: 10.1109/LRA.2020.3010740
11. Liang X., Zhou B., Jiang L., Meng G., Xiu Y. Collaborative pursuit-evasion game of multi-UAVs based on Apollonius circle in the environment with obstacle. *Connection Science*, 2023. Vol. 35, Iss.1, pp. 1-24, DOI: 10.1080/09540091.2023.2168253
12. Paczolay G., Harmati I. A Simplified Pursuit-evasion Game with Reinforcement Learning. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*, 2021. Vol. 65, No. 2, pp. 160-166, DOI: 10.3311/PPee.16540
13. de Souza C., Newbury R., Cosgun A., Castillo P., Vidolov B., Kulić D. Decentralized Multi-Agent Pursuit Using Deep Reinforcement Learning. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021. Vol. 6, No. 3, pp. 4552-4559, DOI: 10.1109/LRA.2021.3068952
14. Kolling A., Kleiner A., Lewis M., Sycara K. Pursuit-evasion in 2.5d based on team-visibility. *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, 2010, pp. 4610-4616, DOI: 10.1109/IROS.2010.5649270
15. Li S., Wang C., Xie G. Pursuit-evasion differential games of players with different speeds in spaces of different dimensions, *2022 American Control Conference*, Atlanta, GA, USA, 2022, pp. 1299-1304, DOI: 10.23919/ACC53348.2022.9867329
16. Özkahraman Ö., Ögren P. Underwater Caging and Capture for Autonomous Underwater Vehicles. *Global Oceans 2020: Singapore – U.S. Gulf Coast*, Biloxi, MS, USA, 2020, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF38699.2020.9389311
17. Bertram J.R., Wei P. An Efficient Algorithm for Multiple-Pursuer-Multiple-Evader Pursuit-Evasion Game. *ArXiv*, 2019, *abs/1909.04171*, DOI: 10.48550/arXiv.1909.04171
18. Chen N., Li L., Mao W. Equilibrium Strategy of the Pursuit-Evasion Game in Three-Dimensional Space. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024. Vol. 11, No. 2, pp. 446-458, DOI: 10.1109/JAS.2023.123996Ya
19. Khachumov M., Khachumov V. Modeling the Solution of the Pursuit-Evasion Problem Based on the Intelligent-Geometric Control Theory. *Mathematics*, 2023. Vol. 11, Is. 23, 4869. DOI: 10.3390/math11234869
20. Liang X., Wang H., Luo H. Collaborative Pursuit-Evasion Strategy of UAV/UGV Heterogeneous System in Complex Three-Dimensional Polygonal Environment, *Complexity*, 2020. Vol. 2020, pages 1-13, DOI: 10.1155/2020/7498740
21. Segal A., Miloh T. Barrier strategies and capture criteria in a 3D pursuit-evasion differential game. *Optimal Control Applications & Methods*, 1995. Vol. 16, Is. 5, pp. 321-340, DOI: 10.1002/j.1099-1514.1995.tb00024.x
22. Sun W., Tsiotras P., Yezzi A.J. Multiplayer Pursuit-Evasion Games in Three-Dimensional Flow Fields. *Dynamic Games and Applications*, 2019. Vol. 9, Is. 4, pp. 1188-1207, DOI: 10.1007/s13235-019-00304-4
23. Şahin İ., Kumbasar T. Catch me if you can: A pursuit-evasion game with intelligent agents in the Unity 3D game environment, *2020 International Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Istanbul, Turkey, 2020, pp. 1-6, DOI: 10.1109/ICEE49691.2020.9249828
24. Yan T., Jiang Z., Li T., Gao M., Liu C. Intelligent maneuver strategy for hypersonic vehicles in three-player pursuit-evasion games via deep reinforcement learning. *Frontiers in Neuroscience*, 2024. 18:1362303, DOI: 10.3389/fnins.2024.1362303
25. Яловець А.Л. До постановки задачі розпізнавання невідомого оточуючого середовища, навігації та планування шляхів аген-

том в ньому. *Проблеми програмування*. 2018. № 1. С. 113-127, DOI: 10.15407/pp2018.01.113

REFERENCES

1. Isaaks R. (1967) Differential games. Mir. 479 p. (in Russian)
2. Krasovsky N.N., Subbotin A.I. (1974) Positional differential games. Nauka. 456 p. (in Russian)
3. Petrosyan L.A., Riskhiev B.B. (1991) Pursuit on the plane. Nauka. 91 p. (in Russian)
4. Petrosyan L.A., Tomsy G.V. (1983) Geometry of simple pursuit. Nauka. 140 p. (in Russian)
5. Pshenichny B.N., Ostapenko V.V. (1992) Differential games. Naukova dumka. 259 p. (in Russian)
6. Chikriy A.A. (1992) Conflict-controlled processes. Naukova dumka. 364 p. (in Russian)
7. Weintraub I.E., Pachter M., García E. (2020) An introduction to pursuit-evasion differential games. *2020 American Control Conference (ACC)*, pp. 1049-1066, DOI: 10.23919/ACC45564.2020.9147205
8. Yalovets A.L. (2019) Multi-agent modeling of pursuit on the plane: from theory to software implementation. Naukova dumka. 165 p. (in Ukrainian)
9. Lopez V.G., Lewis F.L., Wan Y., Sanchez E.N., Fan L. (2020) Solutions for multiagent pursuit-evasion games on communication graphs: finite-time capture and asymptotic behaviors. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 65, No. 5, pp. 1911-1923, DOI: 10.1109/TAC.2019.2926554
10. Deng Z., Kong Z. (2020) Multi-agent cooperative pursuit-defense strategy against one single attacker. *IEEE Robotics and Automation Letters*. Vol. 5, No. 4, pp. 5772-5778, DOI: 10.1109/LRA.2020.3010740
11. Liang X., Zhou B., Jiang L., Meng G., Xiu Y. (2023) Collaborative pursuit-evasion game of multi-UAVs based on Apollonius circle in the environment with obstacle. *Connection Science*. Vol. 35, Iss.1, pp. 1-24, DOI: 10.1080/09540091.2023.2168253
12. Paczolay G., Harmati I. (2021) A simplified pursuit-evasion game with reinforcement learning. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*. Vol. 65, No. 2, pp. 160-166, DOI: 10.3311/PPee.16540
13. de Souza C., Newbury R., Cosgun A., Castillo P., Vidolov B., Kulić D. (2021) Decentralized multi-agent pursuit using deep reinforcement learning. *IEEE Robotics and Automation Letters*. Vol. 6, No. 3, pp. 4552-4559, DOI: 10.1109/LRA.2021.3068952
14. Kolling A., Kleiner A., Lewis M., Sycara K. (2010) Pursuit-evasion in 2.5d based on team-visibility. *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan. pp. 4610-4616, DOI: 10.1109/IROS.2010.5649270
15. Li S., Wang C., Xie G. (2022) Pursuit-evasion differential games of players with different speeds in spaces of different dimensions, *2022 American Control Conference*, Atlanta, GA, USA. pp. 1299-1304, DOI: 10.23919/ACC53348.2022.9867329
16. Özkahraman Ö., Ögren P. (2020) Underwater caging and capture for autonomous underwater vehicles. *Global Oceans 2020: Singapore – U.S. Gulf Coast*, Biloxi, MS, USA, pp. 1-8, DOI: 10.1109/IEEECONF38699.2020.9389311
17. Bertram J.R., Wei P. (2019) An Efficient algorithm for multiple-pursuer-multiple-evader pursuit/evasion game. *ArXiv, abs/1909.04171*, DOI: 10.48550/arXiv.1909.04171
18. Chen N., Li L., Mao W. (2024) Equilibrium strategy of the pursuit-evasion game in three-dimensional space. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*. Vol. 11, No. 2, pp. 446-458, DOI: 10.1109/JAS.2023.123996Ya
19. Khachumov M., Khachumov V. (2023) Modeling the solution of the pursuit–evasion problem based on the intelligent–geometric control theory. *Mathematics*. Vol. 11, Is. 23, 4869. DOI: 10.3390/math11234869
20. Liang X., Wang H., Luo H. (2020) Collaborative pursuit-evasion strategy of uav/ugv heterogeneous system in complex three-dimensional polygonal environment. *Complexity*. Vol. 2020, pages 1-13, DOI: 10.1155/2020/7498740
21. Segal A., Miloh T. (1995) Barrier strategies and capture criteria in a 3D pursuit-evasion differential game. *Optimal Control Applications & Methods*. Vol. 16, Is. 5, pp. 321-340, DOI: 10.1002/j.1099-1514.1995.tb00024.x
22. Sun W., Tsiotras P., Yezzi A.J. (2019) Multi-player pursuit-evasion games in three-dimensional flow fields. *Dynamic Games and Applications*. Vol. 9, Is. 4, pp. 1188-1207, DOI: 10.1007/s13235-019-00304-4
23. Şahin İ., Kumbasar T. (2020) Catch me if you can: A pursuit-evasion game with intelligent agents in the Unity 3D game environment, *2020 International Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Istanbul, Turkey. pp. 1-6, DOI: 10.1109/ICEE49691.2020.9249828

24. Yan T., Jiang Z., Li T., Gao M., Liu C. (2024) Intelligent maneuver strategy for hypersonic vehicles in three-player pursuit-evasion games via deep reinforcement learning. *Frontiers in Neuroscience*. 18:1362303, DOI: 10.3389/fnins.2024.1362303
25. Yalovets A.L. (2018) On the problem of recognizing the unknown environment, navigating and planning paths by an agent in it. *Problems in Programming*. № 1. pp. 113-127. (in Ukrainian) DOI: 10.15407/pp2018.01.113

Одержано: 25.02.2025

Внутрішня рецензія отримана: 04.03.2025

Зовнішня рецензія отримана: 07.03.2025

Про авторів:

Романенко Ігор Олександрович,
доктор технічних наук, професор,
провідний науковий співробітник
<https://orcid.org/0000-0001-5339-7900>

Яловець Андрій Леонідович,
доктор технічних наук,
старший науковий співробітник,
головний науковий співробітник
<http://orcid.org/0000-0001-6542-3483>

Місце роботи авторів:

Інститут проблем математичних машин
і систем НАН України,
Тел.: (+38) 044 526 13 69.
E-mail: andriy.yalovets@gmail.com