

ВЫСОКОТОЧНОЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИФРАКЦИИ ВОЛН СДВИГА НА СИСТЕМЕ УПРУГИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ЗАЩЕМЛЕННОЙ ГРАНИЦЕЙ

Предложен параллельный алгоритм численного решения стационарных динамических задач теории упругости о взаимодействии SH-волн с системой упругих включений произвольного поперечного сечения, находящихся в полупространстве с защемленной границей. Краевая задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, которая решается численно. Схема параллельных вычислений позволила исследовать ситуации с большим числом отражающих неоднородностей. Приведены новые численные результаты.

Введение

Для оценки ресурсов конструкций, работающих в условиях динамического нагружения и содержащих значительное число неоднородностей, важен анализ взаимодействия стационарных волн перемещений и напряжений с системой упругих включений [1]. Поэтому такие исследования являются актуальными. Однако для численного решения таких задач требуются большие объемы вычислительных ресурсов. Учитывая это особое значение приобретают эффективные параллельные алгоритмы [2].

Для разработки кластерных алгоритмов решения задач дифракции плоских и антиплоских упругих волн на системах неоднородностей произвольной формы особую роль играет метод сингулярных интегральных уравнений [3, 4]. Высокая скорость сходимости решения [3, 4] и сокращение числа пространственных переменных [4, 5] обеспечивают данному методу хорошие конкурентные преимущества.

В настоящей работе исследуется алгоритм параллельного решения системы сингулярных интегральных уравнений (СИУ), моделирующей дифракцию SH-волн на системе упругих волокон некруговой цилиндрической формы, находящихся в упругом полупространстве с защемленной границей.

1. Постановка задачи

Рассмотрим упругое полупространство $y \geq 0$ с защемленной границей $y = 0$, содержащее m туннельных вдоль оси Oz упругих волокон, поперечные сечения которых ограничены замкнутыми (без общих точек) контурами L_j , $j = \overline{1, m}$ типа Ляпунова. Предполагается, что упругое полупространство имеет плотность ρ_2 и модуль сдвига μ_2 . Пусть L – совокупность указанных контуров. Положительное направление выбрано так, что при движении вдоль L область D_2 остается слева (рис. 1).

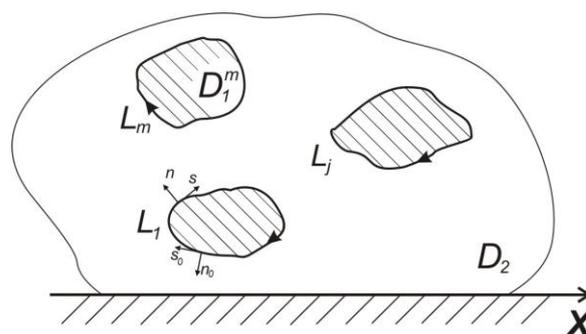


Рис. 1

Предположим, что источники внешнего поля перемещений W_0 размещены в области D_2 . В качестве такого источника может быть набегающая на включения из бесконечности монохроматиче-

ская SH-волна, нормаль к фронту которой составляет угол ψ с осью OX ($\tau = \text{const}$),

$$W_0 = \tau e^{-i\gamma_2(x\cos\psi + y\sin\psi)}, \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2} \quad (1)$$

или гармонический источник интенсивности P , сосредоточенный в точке M_0 x_0, y_0 и порождающий поле перемещений:

$$W_0 = -\frac{P}{\mu_2} \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_2 r), \quad (2)$$

$$r = |z - z_0|, \quad z = x + iy, \quad z_0 = x_0 + iy_0.$$

Здесь c_2 – скорость волны сдвига, ω – частота колебаний, μ_2 – модуль сдвига, i – мнимая единица ($i^2 = -1$), $H_n^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода n -го порядка, зависимость от времени выражается множителем $e^{-i\omega t}$.

В результате взаимодействия с включениями каждой из волн (падающей и отраженной от границы $y = 0$), возникает дифрагированное волновое поле. Обозначим W_3 амплитуду отраженной от заземленной границы $y = 0$ волны сдвига. Тогда суммарное поле амплитуд перемещений представимо в виде $W = W_0 + W_2 + W_3$.

В случае набегающей из бесконечности волны сдвига (1) отраженная от границы волна имеет вид [4]:

$$W_3 = \tau e^{-i\gamma_2(x\cos\psi - y\sin\psi)}, \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2}.$$

А в случае гармонического источника (2):

$$W_3 = -\frac{P}{\mu_2} \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_2 R_1), \quad (3)$$

$$R_1 = |z - \bar{z}_0|, \quad \bar{z}_0 = x_0 - iy_0.$$

Неизвестная функция W_2 должна удовлетворять однородному уравнению

Гельмгольца в области D_2 с волновым числом γ_2 :

$$\Delta W_2 + \gamma_2^2 W_2 = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (4)$$

а также условиям излучения на бесконечности типа Зоммерфельда [3].

Поскольку области D_1^m представляют собой упругие включения, для них $W = W_1^m$, где функции W_1^m являются решением однородного уравнения Гельмгольца с волновыми числами $\gamma_{1,m}$ ($\gamma_{1,m}^2 = \rho_{1,m} \omega^2 / \mu_{1,m}$, где $\rho_{1,m}$ – плотность, а $\mu_{1,m}$ – модуль сдвига каждого m -го включения).

На совокупности всех контуров L будем требовать выполнения условий сопряжения, вытекающих из непрерывности перемещений и сдвиговых напряжений на границе раздела двух сред. Граничные условия на каждом включении таковы (для упрощения записи индекс номера неоднородности опускаем):

$$W_1 = W_0 + W_2 - W_3, \quad (5)$$

$$\mu_1 \frac{\partial W_1}{\partial n_0} = \mu_2 \frac{\partial}{\partial n_0} (W_2 + W_0 - W_3),$$

где n_0 – нормаль к L в точке $\zeta_0 \in L$.

Таким образом, задача дифракции волны сдвига (1) или (2) на системе упругих включений в изотропном полупространстве с заземленной границе сводится к решению краевой задачи (4), (5) при выполнении дополнительных условий излучения на бесконечности.

2. Метод решения

Следуя [4, 5], запишем функцию $W_k(x, y)$, характеризующую неизвестные волны перемещений в областях D_1 и D_2 следующим образом ($k=1, 2$):

$$W_k(x, y) = \int_L f_k(s) G_k(x, y, \xi, \eta) ds, \quad (6)$$

$$G_1 = \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_1 r),$$

$$G_2 = \frac{1}{4i} (H_0^{(1)}(\gamma_2 r) - H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1)),$$

$r = |z - \zeta|$, $r_1 = |z - \bar{\zeta}|$, $z = x + iy$, $\bar{\zeta} = \xi - i\eta$. Здесь L – совокупность контуров L_j , $j = \overline{1, m}$ (рис. 1); $f_k s$ – неизвестные функции, удовлетворяющие на L условию Гельдера.

Интегральные представления (6) удовлетворяют уравнению Гельмгольца (4) в областях D_k и обеспечивают выполнение условий излучения на бесконечности. Остается выполнить граничные условия (5). Однако непосредственное выполнение первого из условий (5) приводит к уравнению с логарифмическим ядром. Для получения СИУ, схема численной реализации которого более эффективна [3], продифференцируем равенство по дуговой координате s_0 .

Для осуществления предельного перехода в (6) при $z \rightarrow \zeta_0 \in L$ частные производные $\frac{\partial W}{\partial s_0}$ и $\frac{\partial W}{\partial n_0}$ будем понимать следующим образом:

$$\frac{\partial W}{\partial s_0} \Big|_L = \left(e^{i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial z} + e^{-i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right)_{z \rightarrow \zeta_0},$$

$$\frac{\partial W}{\partial n_0} \Big|_L = -i \left(e^{i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial z} - e^{-i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right)_{z \rightarrow \zeta_0},$$

$$e^{i\phi_0} = \frac{d\zeta_0}{ds_0}, \quad \zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0 \in L. \quad (7)$$

Воспользуемся также известными соотношениями [3–5]:

$$\frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)}(\gamma r) = -\frac{\gamma}{2} e^{-i\alpha} H_1^{(1)}(\gamma r),$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} H_0^{(1)}(\gamma r) = -\frac{\gamma}{2} e^{i\alpha} H_1^{(1)}(\gamma r),$$

$$H_1^{(1)}(\gamma r) = \frac{2}{i\pi \gamma r} + H_1(\gamma r), \quad z - \zeta = r e^{i\alpha}, \quad (8)$$

где $H_1(x)$ – непрерывная функция в точке

$x = 0$.

Привлечение формулы Сохоцкого – Племеля [3] для вычисления предельных значений интегралов типа Коши, возникающих при удовлетворении граничных условий (5) с учетом соотношений (6) – (8), приводит к системе СИУ относительно неизвестных функции $f_k(s)$:

$$\int_L f_1(s) [g(s, s_0) + B_1(s, s_0)] ds -$$

$$- \int_L f_1(s) [g(s, s_0) + B_1(s, s_0)] ds =$$

$$= N_k(s_0). \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} [\mu_1 f_1(s_0) + \mu_2 f_2(s_0)] +$$

$$+ \int_L [f_1(s) E_1(s, s_0) - f_2(s) E_2(s, s_0)] ds =$$

$$= K_k(s_0),$$

$$g = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left(\frac{e^{i\phi_0}}{\zeta - \zeta_0} \right), \quad \zeta_0 - \zeta = r_0 e^{i\alpha_0},$$

$$\zeta_0 - \zeta = r_{10} e^{i\alpha_{10}},$$

$$E_1 = \gamma_1 \mu_1 H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) \sin(\phi_0 - \alpha_0) / 4i,$$

$$E_2 = \gamma_2 \mu_2 [H_1^{(1)}(\gamma_2 r_0) \sin(\phi_0 - \alpha_0) -$$

$$- H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10}) \sin(\phi_0 - \alpha_{10})] / 4i,$$

$$B_1 = \gamma_1 H_1(\gamma_1 r_0) \cos(\phi_0 - \alpha_0) / 4i,$$

$$B_2 = \gamma_2 [H_1(\gamma_2 r_0) \cos(\phi_0 - \alpha_0) -$$

$$- H_1(\gamma_2 r_{10}) \cos(\phi_0 - \alpha_{10})] / 4i,$$

$$N_1 = -i\gamma_2 [W_0(s_0) \cos(\phi_0 - \psi) - W_1(s_0) \times$$

$$\times \cos(\phi_0 + \psi)],$$

$$K_1 = -i\gamma_2 \mu_2 [W_0(s_0) \sin(\phi_0 - \psi) - W_1(s_0) \times$$

$$\times \sin(\phi_0 + \psi)],$$

$$N_2 = P\gamma_2[H_1^{(1)}(\gamma_2 R_0) \cos(\varphi_0 - \beta_0) - H_1^{(1)}(\gamma_2 R_{10}) \cos(\varphi_0 - \beta_{10})] / 4\mu_2,$$

$$K_2 = P\gamma_2[H_1^{(1)}(\gamma_2 R_0) \sin(\varphi_0 - \beta_0) - H_1^{(1)}(\gamma_2 R_{10}) \sin(\varphi_0 - \beta_{10})] / 4i,$$

$$\zeta_0 - \bar{z}_0 = R_{10} e^{i\beta_{10}}, \zeta_0 - z_0 = R_0 e^{i\beta_0}.$$

Здесь функции $N_k(s_0)$ и $K_k(s_0)$ отвечают случаям (1) и (2) соответственно, ядра $g s, s_0$ – сингулярны, ядра $B_k s, s_0$ и $E_k(s, s_0)$ – непрерывны ($k=1, 2$). В первой группе (9) интегральные уравнения являются сингулярными, а во второй – уравнениями Фредгольма 2-го рода.

Для выделения единственного решения СИУ присовокупим к ней дополнительные условия:

$$\int_{L_j} W_1 ds_0 = \int_{L_j} (W_2 + W_0 - W_3) ds_0, \quad (10)$$

выполнение которых обеспечивает непрерывность перемещений на каждом из контуров L_j .

3. Дискретизация задачи

Численная реализация системы СИУ (9) проводилась методом механических квадратур [3]. Вводилась параметризация контура L_j с помощью соотношений:

$$\zeta_j = \zeta_j(\beta),$$

$$\zeta_{j0} = \zeta_{j0}(\beta_0), \quad (11)$$

$$0 \leq \beta, \beta_0 < 2\pi,$$

причем $\zeta_j(0) = \zeta_j(2\pi)$. Интегральное уравнение, соответствующее контуру L_k , удовлетворялось в узлах вида $\beta_l = 2\pi(l-1)/n_k$, ($l = \overline{1, n_k}$) и сводилось к системе линейных алгебраических уравнений относительно значений функции

$f_j(\beta)$ в узлах вида $\beta_p = \pi(2p-1)/n_j$, ($p = \overline{1, n_j}$), где n_j – число точек разбиения контура L_j . Внеинтегральные значения $f_k(\beta_l)$ выражались с помощью интерполяционных полиномов Лагранжа через искомые значения $f_k(\beta_p)$. Для нечетных n_k имеем следующие выражение [4, 5]:

$$f_k(\beta_l) = \frac{1}{n_k} \sum_{p=1}^{n_k} (-1)^{n_k+p} f_k(\beta_p) \times \times ctg \frac{\beta_l - \beta_p}{2}. \quad (12)$$

Таким образом, при численной реализации системы интегральных уравнений (9) задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений с $N = n_1 + n_2 + \dots + n_m$ неизвестными.

4. Схема вычислений

Как и в [4, 5], система СИУ сведена к системе линейных алгебраических уравнений, все элементы матрицы которой являются результатом дискретизации контуров. Очевидно, что размер матрицы пропорционален числу неоднородностей. Для исследования описанного метода при большом числе включений, а также для получения высокоточных результатов и проверки сходимости решений при большом числе точек коллокации потребуются существенные вычислительные ресурсы. Применим распараллеливание алгоритма. Из системы уравнений (9) следует, что каждый элемент матрицы определяется координатами узлов дискретизации.

Важной особенностью алгоритма является то, что все элементы матрицы формируются независимо один от другого, что доказывает возможность применения параллельного вычисления.

Таким образом, переменная ζ_{k0} формирует строки матрицы СЛАУ, а переменная ζ_k – ее столбцы. Диагональные элементы матрицы соответствуют коэффициентам системы, вычисленным в узлах общих для ζ_{k0} и ζ_k включений. Иные

коэффициенты вычисляются так, что значения ζ_{k0} принадлежат множеству точек коллокации с одних контуров, а значения переменных интегрирования ζ_k – с других.

Параллельно-конвейерная схема вычислений представлена в [5]. Первый, второй и четвертый этапы макроконвейера не требуют пересылок данных, что означает независимость вычислений. На третьем этапе для решения СЛАУ существует оптимальное число процессов, определяемое спецификой матрицы.

Для алгоритма решения СЛАУ искомым СИУ оптимальным числом оказалось 200 – 250 процессов при заданной точности 10^{-8} . Увеличение числа процессов приводит к незначительному снижению суммарного времени вычислений за счет части алгоритма без пересылок, но также и к приросту вычислительных расходов на балансировку загрузки процессоров.

На рис. 2 показан график зависимости времени кластерных вычислений массива контурных напряжений на ромбическом упругом включении от числа процессов для одного варианта нагрузки. С графика видно, что как и в [5], весь алгоритм хорошо масштабируется.

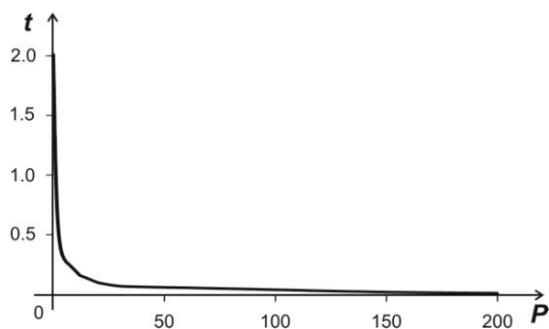


Рис. 2

Так как для данной методики решения краевой задачи основная операция при вычислении каждого элемента матрицы – это определение расстояния между точками контуров, которое является аргументом цилиндрических функций Ханкеля, а также вычисление самых этих функций и коэффициентов при них,

на каждом клоне хоста запускаются цикл процедур определения указанных коэффициентов. Итоговая матрица собирается по факту завершения последнего.

Вычислительный процесс решения СЛАУ также распараллеливается согласно [6]. Параллельное вычисление итоговых искомым характеристик осуществляется путем подстановки массивов значений неизвестных функций $f_k(\beta_p)$ в представление (7) аналогично процедурам формирования матрицы СЛАУ.

5. Численные результаты

В исследовании достигалась точность вычислений порядка 10^{-8} . Такая точность обеспечена следующим: высокая сходимость самого алгоритма, разрешающая способность компиляторов языков высокого уровня и разрешающая способность операционных сред. Метод СИУ обеспечивает быструю сходимость решения, а также функциональную зависимость стабилизации знаков результирующих данных от увеличения числа точек коллокации. Для указанной точности в описанной задаче достаточно 1500 – 1700 точек коллокации каждого контура.

Для исследования сходимости построенного алгоритма рассмотрим случай нормального падения ($\psi = \pi/2$) волны сдвига (1) на систему эллиптических или ромбических включений, расположенных вдоль одной линии на одинаковом расстоянии d один от другого (рис. 3).

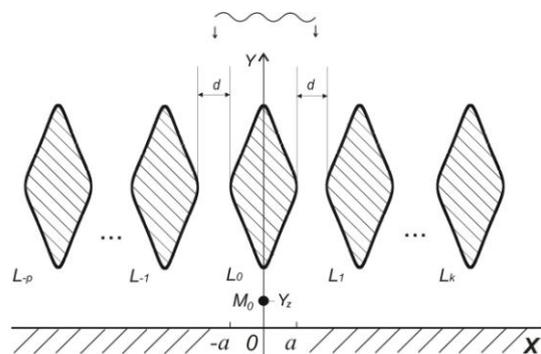


Рис. 3

Используем известные [7] параметрические уравнения для задания основного контура L_0 :

$$\xi(\beta) = b \sin \beta - v \sin 3\beta,$$

$$\eta(\beta) = a \cos \beta + v \cos 3\beta, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi, \quad (13)$$

где при $v = 0.14036$ контур имеет вид ромба с округленными точками возврата. А в случае $v = 0$ контур имеет эллиптическую форму. Остальные контуры для простоты будем располагать симметрично относительно оси Y . При условии, что физические характеристики всех включений одинаковы, рассматриваемая дифракционная задача обладает свойством симметрии, что позволяет осуществлять первичное самотестирование получаемых результатов.

В ходе численной реализации вычислялись безразмерные контурные напряжения $\sigma_\beta = \tau_s / \mu_2$ и $\sigma_n = \tau_n / \mu_2$. Точность вычислений проверялась путем сравнения результатов при различных значениях N . Проводилось также сравнение полученных результатов с результатами, приведенными в [4, 5] как для случая системы эллиптических или ромбических отверстий (как частного случая упругого включения), так и для одиночного упругого включения.

Применение метода параллельных вычислений, проведенного на кластере «Инпарком–256», позволило подтвердить вывод о том, что сходимость решения СИУ практически не зависит от числа отражателей.

Численное исследование показало, что в случае заземленной границы при воздействии из бесконечности SH-волны в описанной системе эффект насыщения [5, 8] наблюдается не строго (как и в [9]). И хотя при линейном и симметричном относительно нагрузки расположении вдоль границы физически одинаковых включений для усредненного исследования достаточно не более 11 неоднородностей, все же при дальнейшем наращивании числа включений наблюдаются незначительные пульсации в распределении напряжений. Обусловленность матриц при этом проверялась на основании алгоритма, описанного в [10].

При фиксированной размерности матриц СЛАУ число включений не влияет на оптимальное число процессов, поскольку в СИУ каждый контур неоднородности является частью суммарного

контура интегрирования. Поэтому при прочих равных условиях свойства СЛАУ, полученных как для одного включения, так и для нескольких, не изменяются. Как и в случае [5, 8, 9], от числа включений не зависит и сходимость алгоритма.

В работе проводились вычисления контурных напряжений σ_β и σ_n вдоль контуров центрального L_0 и крайнего L_k включений (рис. 3) в случае решетки, состоящей из нечетного числа неоднородностей ($p = k$). Отсчет угла β ведется от нуля (теневая точка) до π (лобовая точка) для центрального включения (учитывается симметрия в случае нормального распределения волны сдвига) и от 0 до 2π – для крайних волокон (в силу симметрии и равенства упругих постоянных распределения напряжений на контурах L_k и L_{-k} зеркальны). Рассматривается случай ромбов, вытянутых вдоль набегающей волны. Для всех рисунков значения безразмерного волнового числа $\gamma_2 a$ для кривой 1 составляет 0.3, для кривой 2 – 1.1, для кривой 3 – 2.5. При этом для всех вариантов $\mu_1 / \mu_2 = 5.0$, $\rho_1 / \rho_2 = 2.0$, $b/a = 2.5$, а расстояние от границы до центрального волокна $h=4$ (на рис. 3 не показано).

На рис. 4 а, б показаны распределения напряжения σ_β вдоль контура крайнего слева и центрального волокон соответственно в случае решетки, состоящей из трех ромбов. На рис. 5 а, б показаны распределения напряжений σ_n вдоль тех же контуров. Воздействие – волна из бесконечности.

Результаты показывают, что, чем выше частота колебаний, тем больший вклад в напряженно-деформированное состояние контура волокна вносит напряжение σ_n . Если в теневой ($\beta = 0$) и лобовой ($\beta = \pi$) точках $\sigma_\beta = 0$, то в зоне соскальзывания с увеличением $\gamma_2 a$ число локальных максимумов σ_β также увеличивается, причем растет и максимальное значение σ_β . Напряжение же σ_n имеет обратный характер. Такой вывод полностью совпадает с результатами работы [4].

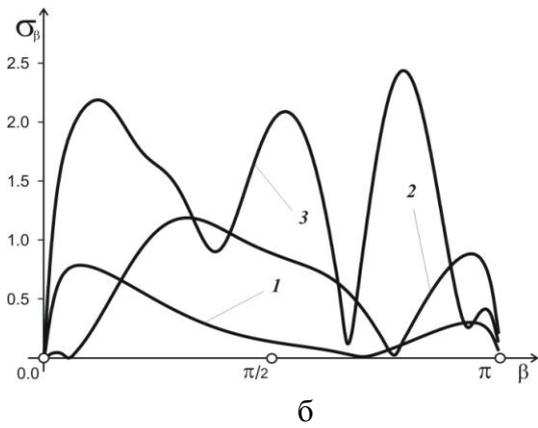
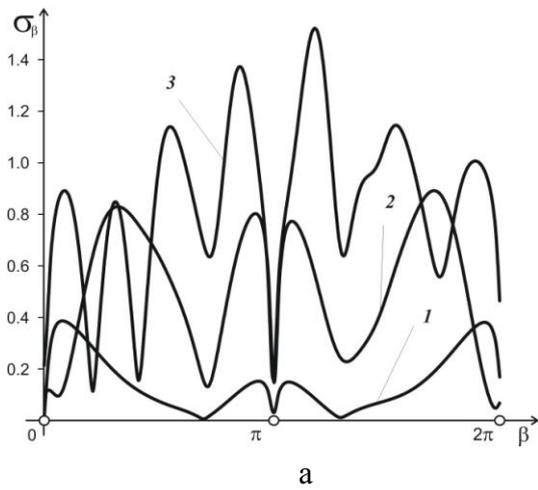


Рис. 4

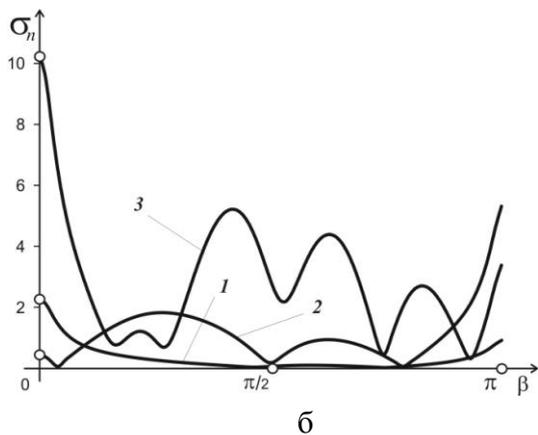
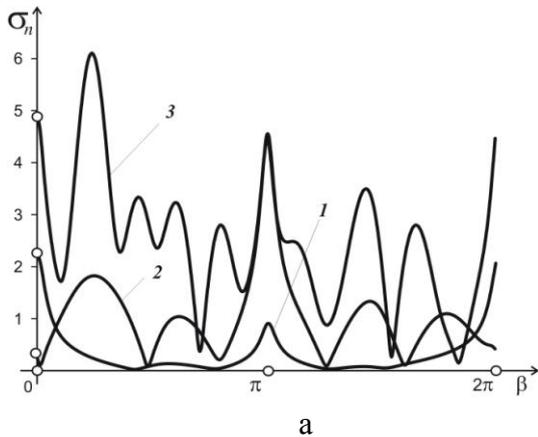
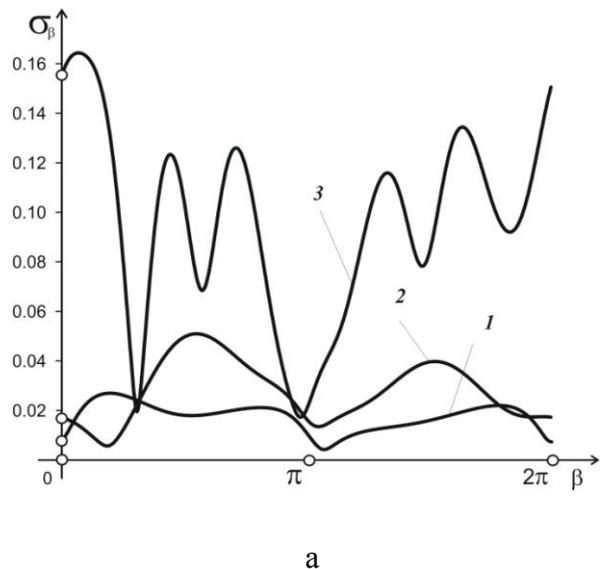
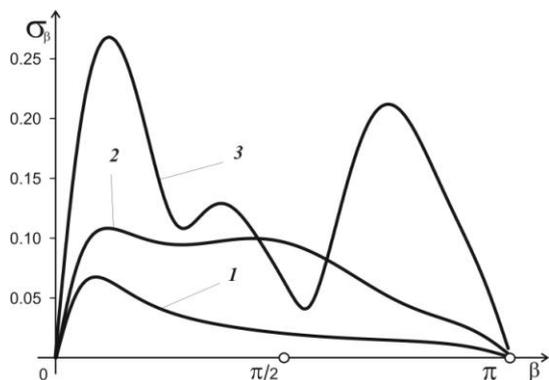


Рис. 5

На рис. 6, 7 показаны зависимости для аналогичной решетки, состоящей из трех эллиптических упругих волокон, при воздействии волны сдвига от сосредоточенного точечного источника, находящегося на оси симметрии. Здесь $Y_z=1$ (рис. 3). Кривые на рис. 6 а, б показывают распределения напряжения σ_β вдоль контура крайнего слева и центрального волокон в случае решетки, состоящей из трех эллипсов. Кривые на рис. 7 а, б показывают распределения напряжений σ_n вдоль тех же контуров. Нумерация кривых имеет тот же смысл.

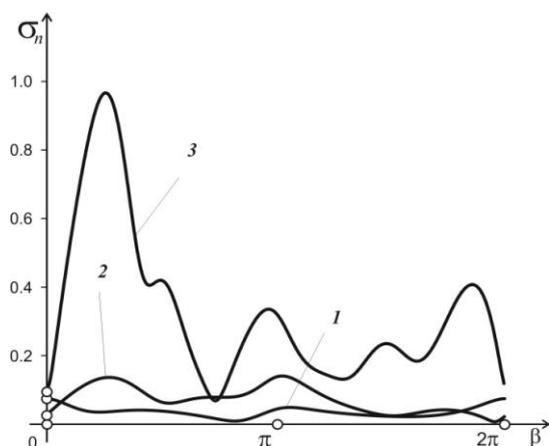
Здесь у σ_β также наблюдаются локальные минимумы в теневой ($\beta = 0$) и лобовой ($\beta = \pi$) точках. Число локальных максимумов в зоне соскальзывания с увеличением $\gamma_2 a$ также увеличивается. Максимальное значение σ_β , как и на рис. 4, растет с увеличением $\gamma_2 a$. Аналогично SH-волне из бесконечности, для случая нагрузки от точечного источника с повышением частоты колебаний прирост амплитуды σ_n выше, чем у σ_β . Причем напряжения σ_β и σ_n также имеет взаимно-обратный характер.



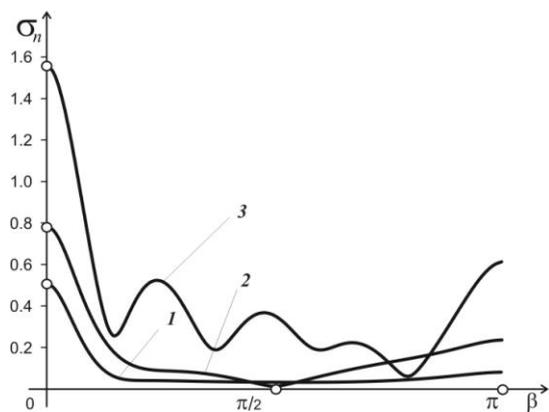


б

Рис. 6



а



б

Рис. 7

Заключение

Анализ алгоритма показывает, что для широкого класса задач, решаемых методом СИУ, большинство вычислительных процедур типизируемы. Поэтому для проектирования CASE-средств [11], позволя-

ющих разрабатывать и сопровождать приложения для исследования динамического поведения сложных механических систем, достаточно изучить несколько базовых алгоритмов [5, 9].

В работах [2, 5, 9] показано, что для решения задач теории упругости параллельные алгоритмы позволяют существенно повысить эффективность вычислений и более детально проанализировать характеристики исследуемых полей. Это важно, так как получение точных величин вплоть до 8-го – 10-го знака позволяет избежать разрушений конструкций. Таким образом, сочетание метода интегральных уравнений, хорошо типизируемых и имеющих высокую скорость сходимости, а также процедур распараллеливания, приводящих к значительной экономии времени вычислений, существенно увеличивает эффективность разрабатываемых систем.

1. Селезов И.Т., Кривонос Ю.Г., Яковлев В.В. Рассеяние волн локальными неоднородностями в сплошных средах. – К.: Наук. думка, 1985. – 136 с.
2. Вертгейм И.И., Тертугов В.Н. Параллельные технологии вычислений в механике сплошных сред и МДГТ.: Учебное пособие. – Пермь, 2007. – 84 с.
3. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. – Киев: Наук. думка, 1984. – 344 с.
4. Назаренко А.М. Дифракция волн сдвига на цилиндрических включениях и полостях в упругом полупространстве // Проблемы прочности. – 1990. – № 11. – С. 90–94.
5. Панченко Б.Е. Высокоточное кластерное решение задачи о дифракции волн сдвига на системе отверстий в полубесконечной изотропной среде с защемленной границей // Проблемы програмування. – 2012. – № 1. – С. 121–131.
6. Химич А.Н., Молчанов И.Н., Попов А.В. Численное программное обеспечение интеллектуального МІМD-компьютера «Инпарк». – Киев, 2007. – 220 с.
7. Гузь А.Н., Немши Ю.Н. Метод возмущения

- форми границы в механике сплошных сред. – Киев, 1989. – 352 с.
8. *Кюркчан А.Г., Скородумова Е.А.* Решение трехмерной задачи дифракции волн на группе объектов // Акустический журнал. – 2007. – 53, № 1. – С. 5–14.
 9. *Панченко Б.Е.* Поведение системы некруговых отверстий в полупространстве со свободной границей от воздействия стационарных SH-волн // Проблемы управления и информатики. – 2012. – № 4. – С. 84–93.
 10. *Химич А.М., Полянко В.В.* Эффективность двумерных блочно-циклических параллельных алгоритмов // Проблемы програмування. – 2008. – № 3. – С. 145 – 149.
 11. *Колянов Г.Н.* CASE. Структурный системный анализ (автоматизация и применение). – М.: "Лори", 1996. – 360 с.

Получено 11.08.2012

Об авторе:

Панченко Борис Евгеньевич,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник.

Место работы автора:

Институт кибернетики имени
В.М. Глушкова НАН Украины,
Проспект Академика Глушкова, 40.
Тел.: (044) 526 3603, e-mail: pr-bob@ukr.net