

Я. В. Іванчук, О. О. Борисюк

СИНТЕЗ ЕВОЛЮЦІЙНИХ МЕХАНІЗМІВ В РОЗРОБЦІ АДАПТИВНОГО АЛГОРИТМУ ОПТИМІЗАЦІЇ

У статті розроблений ефективний метод розв'язання оптимізаційних задач на основі синтезу еволюційних механізмів розвитку природи, в основу яких закладені принципи генетичного пошуку найкращих рішень. Проаналізовано еволюційні концепції розвитку біологічних видів таких відомих вчених, як Ч. Дарвін, Ж. Ламарк, Хуго де Фріз, К. Поппер, М. Кімура і виділено ключові механізми появи нових індивідів із кращим пристосуванням (найкращі рішення). На основі відомих відповідних концепцій визначено основні положення теорії еволюції і побудовані відповідні моделі, що у свою чергу стали обчислювальними аналогіями для розробки еволюційних методів розв'язання оптимізаційних задач. Розроблено метод оптимізації, який базується на генетичному алгоритмі, в основу якого покладені базові оператори еволюції: репродукція (селекція), схрещування та мутація. Особливістю реалізації запропонованого підходу стала гібридизація класичного генетичного алгоритму з адаптивними механізмами налаштування параметрів та локального покращення рішень. У генетичному алгоритмі було використано оператори репродукції (турнірний та рулетковий відбір), одно- і двоточкового схрещування та мутації. Це дало змогу підвищити ефективність глобального пошуку за показниками збіжності (кількість обчислювальних ітерацій) і точності рішення (середня абсолютна похибка розв'язку у разі ста запусків), а також уникати зупинки обчислювального процесу в локальних екстремумах. Розроблено генетичний алгоритм, який містить усі механізми еволюційного обчислення. На базі генетичного алгоритму виконано розрахунок у середовищі Python модельних задач багатокритеріальної оптимізації в бінарному кодуванні оптимального рішення (OneMax, LeadingOnes) і в кодуванні рішення за допомогою дійсних чисел (двоекстремальна функція). У відповідних тестових задачах було зафіксоване стабільне досягнення глобального екстремуму цільової функції і стійкість алгоритму. Це дозволяє зробити висновок про ефективність використання запропонованого методу оптимізації багатокритеріальних функцій на основі генетичного методу.

Ключові слова: цільова функція, генетичний алгоритм, мутація, рекомбінація, пристосованість, хромосома, покоління.

Y. V. Ivanchuk, O. O. Borysuk

SYNTHESIS OF EVOLUTIONARY MECHANISMS IN THE DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE OPTIMISATION ALGORITHM

The article develops an effective method for solving optimization problems based on the synthesis of evolutionary mechanisms of nature's development, which are based on the principles of genetic search for the best solutions. It analyzes evolutionary concepts of biological species development by such well-known scientists as Ch. Darwin, J. Lamarck, Hugo de Vries, K. Popper, and M. Kimura. The key mechanisms for the emergence of new individuals with better adaptation (the best solutions) are identified. Based on the known relevant concepts, the main provisions of the theory of evolution are developed. Corresponding models are constructed, which in turn become computational analogies for the development of evolutionary methods for solving optimization problems. An optimization method has been developed based on a genetic algorithm, which is based on the basic operators of evolution: reproduction (selection), crossover, and mutation. A distinctive feature of the proposed approach is the hybridization of the classical genetic algorithm with adaptive mechanisms for parameter tuning and local improvement of solutions. The genetic algorithm used reproduction operators (tournament and roulette wheel selection), single- and double-point crossover, and mutation. This allows for an increase in the efficiency of global search in terms of convergence (number of computational iterations) and solution accuracy (average absolute error of the solution at 100 runs), as well as avoiding the stopping of the computational process at local extrema. Based on the developed optimization method, a genetic algorithm has been created that incorporates all the mechanisms of evolutionary computation. A genetic algorithm has been developed that contains all the mechanisms of evolutionary computation. Based on the genetic algorithm, model problems of multi-criteria optimisation were calculated in Python in binary coding of the optimal solution (OneMax, LeadingOnes) and in coding

of the solution using real numbers (two-extreme function). In the corresponding test problems, the stable achievement of the global extremum of the objective function and the stability of the algorithm were recorded. This allows us to conclude that the proposed method of optimizing multi-criteria functions based on genetic algorithms is effective.

Keywords: objective function, genetic algorithm, mutation, recombination, fitness, chromosome, generation.

Вступ

Однією із сучасних науково-технічних проблем є розробка методів і моделей для ефективного ухвалення рішень у складних інформаційних системах [1]. У зв'язку із відсутністю формального математичного апарату для побудови адекватних моделей виникає необхідність у пошуку, розробці та застосуванні нових перспективних інтелектуальних технологій моделювання та синтезу [2]. Водночас одним із перспективних напрямків стало моделювання процесів, що виникають у живій природі і прикладне застосування його в оптимізації, ухваленні рішень і побудові штучних інтелектуальних систем. Процеси і перетворення, що здійснюються в природних системах, відбуваються аналогічно підходам реалізації рішення оптимізаційних задач (ОЗ). У разі математичної формалізації рішення ОЗ методами, натхненними природними системами, використовується відомий принцип генерування початкової популяції агентів таким чином, щоб використовувалась уся сфера пошуку [3]. На наступному етапі будується цільова функція вирішуваної ОЗ, після чого виконуються специфічні для кожного із застосовуваних методів, натхнених природними системами, оператори пошуку. Даний підхід дозволяє досліджувати повний спектр альтернативних рішень для отримання ефективних результатів пошуку [4]. Перевагою цих методів є їхня модульна структура, що дозволяє використовувати їхні переваги та недоліки для проектування нових варіацій алгоритмів, а також проводити їх комбінування, інтеграцію та гібридизацію. На основі проведених досліджень, відповідні методи демонструють ефективну роботу у обробці великих масивів даних [5, 6]. Тому актуальним є дослідження, спрямоване на розробку та моделювання природозумовлених методів оптимізації, в основу яких покладені еволю-

ційні механізми пошуку і аналізу найкращих рішень (індивідів), що дозволить реалізовувати ефективне практичне впровадження в задачах високої обчислювальної складності.

Розробка інтелектуальних інформаційних систем (ІС) є сучасним напрямком, що найбільш інтенсивно розвивається. Його основною функціональною частиною є методи комп'ютерного моделювання процесів, що протікають у живій природі. У науковій праці [7] показано, що нова ІС проходить процес самоорганізації на основі шляхів еволюції. Тобто її побудова зводиться до відтворення собі подібних систем за сприятливих умов зовнішнього середовища, які мають необхідні властивості, котрих спочатку не було. Вона характеризується багаторівневістю, єдністю та несуперечливістю.

В еволюційній багатозадачній оптимізації взаємозв'язок між завданнями в основному визначається динамічним процесом через еволюцію популяції. Проте залишається маловивченим питання, яким чином передавати дані між завданнями відповідно до різних ступенів взаємозв'язку, і в міру просування пошуку. Для вирішення цієї проблеми та подальшого підвищення ефективності оптимізації відповідних задач запропонована стратегія гібридного перенесення знань [8]. Зокрема, на основі розподілу популяції здійснюється оцінка взаємозв'язку завдань, після чого застосовується механізм багатознакового перенесення значень для реалізації декількох стратегій перенесення знань.

Для розробки і вдосконалення конфігурації програмних продуктів зазвичай спільно працюють кілька команд фахівців розробників. Дуже часто наявність декількох підпроектів призводить до параметричних невідповідностей, які заважають і затримують випуск кінцевого програмного

продукту. У статті [9] запропоновано, застосувати еволюційні обчислення (ЕО), зокрема, генетичні алгоритми для вирішення невідповідностей у масштабних програмних продуктах. Еволюційний підхід пошуку і відбору оптимальних рішень на сьогоднішні служить відомою й ефективною методологією для розв'язання різних типів ОЗ. Тому розробка ефективних адаптивних алгоритмів як інструменту оптимізаційних методів, що можуть реалізовуватись як послідовними, так і паралельними перетвореннями є актуальною задачею.

Еталонний аналіз є основою аналізу та розробки обчислювальних методів, особливо в галузі ЕО, де теоретичний аналіз алгоритмів є практично неможливим. У статті [10] показано, що деякі з часто використовуваних еталонних функцій мають свої відповідні оптимуми в центрі множини можливих рішень, а це створює серйозну проблему для аналізу методів ЕО. На основі аналізу семи еволюційних методів було визначено специфічний оператор центрування, який дозволяє ефективно знаходити оптимум у центрі набору еталонних функцій.

Генетичні алгоритми (ГА) є досить ефективним інструментом пошуку розв'язків задач оптимізації. Дія ГА базується на випадковому процесі формування популяції можливих розв'язків, серед яких відбираються найкращі. У статті [11] розроблена операторна модель ГА, яка застосовується до навчання нейронної мережі. Операторний ГА базується на застосуванні інволютивних операторів, що діють у декартовому добутку двох екземплярів n -вимірного евклідового простору і здійснюють операції кросоверу та мутації.

Використання стандартного ГА стикається з проблемою, пов'язаною з різною кількістю елементарних дій із сортування, що призводить до використання хромосом різної довжини. Для рішення цієї проблеми запропоновано представлення хромосоми у формі бінарного дерева [12]. Для формування алгоритму, який гарантовано буде сортувати масив, усі кінцеві вузли включають ген фінального сортування у кінець початкової послідовності генів. Для декодування і формування відповідного алгоритму сор-

тування була виконана лінеарізація: формування текстового представлення за алгоритмом обходу дерева у глибину.

Огляд сучасних наукових джерел свідчить, що залишаються недостатньо дослідженими окремі аспекти, критично важливі для створення ефективних методів розв'язання ОЗ. Зокрема, досі не розроблено узагальнених підходів до адаптивної передачі даних між завданнями з урахуванням їхнього взаємозв'язку та динаміки пошуку. А існуючі гібридні стратегії перенесення знань не забезпечують стійкої роботи алгоритмів у змінних умовах середовища. Недостатньо дослідженими залишаються також методи автоматичного налаштування параметрів ЕА, що впливають на їхню здатність уникати передчасної збіжності до локальних екстремумів. Крім того, наявні операторні моделі та структури хромосом є вузькоспеціалізованими й не гарантують універсальності пошуку.

Метою роботи було розроблення ефективного методу розв'язання ОЗ на основі синтезу еволюційних механізмів розвитку природи, в основу яких покладено принципи генетичного пошуку найкращих рішень, що дало змогу уникнути зупинки обчислювального процесу в локальних екстремумах.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні **задачі**: проведення аналізу відомих моделей еволюції і визначення основних механізмів, що можуть впливати на збіжність рішення в ОЗ; на основі відомих еволюційних моделей розроблено метод оптимізаційного розв'язання ОЗ за допомогою ГА; за допомогою розробленого еволюційного методу розв'язання ОЗ на базі ГА виконано розрахунок модельних задач багатокритеріальної оптимізації і здійснити порівняльний аналіз отриманих результатів.

Матеріали та методи дослідження. У дослідженні використано сукупність теоретичних і прикладних методів, що базуються на концепціях ЕО, зокрема ГА, а також сучасних підходах до побудови адаптивних оптимізаційних процедур. Основу розробленого методу становить ГА, який реалізує пошук оптимального рішення за допомогою базових операторів еволюції.

Для валідації запропонованого методу були відібрані типові оптимізаційні задачі із бінарним кодуванням рішення та із кодуванням у вигляді дійсних чисел. Реалізація ГА і проведення обчислювальних експериментів здійснювалися в середовищі Python. Основні показники, що використовувалися для оцінювання ефективності алгоритму: якість отриманого рішення (значення цільової функції); швидкість збіжності (кількість ітерацій до досягнення критерію зупину); стійкість алгоритму (відхилення результатів за умови багатократного запуску).

Результати дослідження. Основою сучасного розвитку штучних інтелектуальних систем є результатом синтезу різних концепцій теоретичних основ еволюції та генної інженерії [13]. Базова модель еволюції Ч. Дарвіна може бути описана як поступовий багатоступеневий процес відтворення нащадків, що реалізує механізм «виживання найсильніших» (Рис. 1).

У процесі опису представленої схеми може бути сформований алгоритм вирішення ОЗ, а саме: у першому блоці міститься популяція (на першому етапі створюється популяція альтернативних рішень вихідної ОЗ і задається кількість поколінь еволюції), потім реалізується блок відтворення на основі невизначеної спадкової мінливості з урахуванням впливу зовнішнього середовища (на другому етапі реалізується процес відтворення нащадків (нових альтернативних рішень поставленої задачі). Далі реалізується блок природного відбору, заснований на механізмі «виживають найсильніші» (на третьому етапі відбираються кращі альтернативні рішення згідно з принципом Ч. Дарвіна «виживають найсильніші»). І в останньому блоці відбувається еволюційна зміна форм, тобто кращі рішення, які виживають, стають домінуючими в даній популяції («кращі» рішення замінюють «гірші» на основі заданого критерію оптимізації для створення нової популяції і продовження пошуку кращих рішень).

1886 року голландським ученим Хуго де Фрізом була запропонована модель еволюції у вигляді стрибкоподібного про-

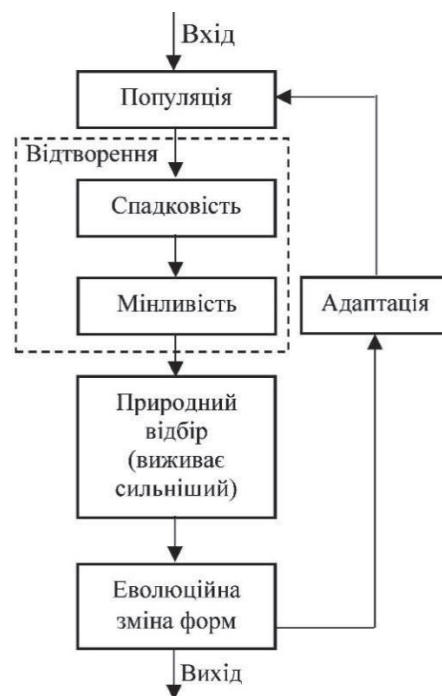


Рис. 1. Схема моделі еволюції Ч. Дарвіна

цесу за рахунок мутаційної мінливості організмів [4]. Дана модель підтверджує палеонтологічну теорію соціальних і географічних катастроф, що призводять до різкої зміни видів й популяцій і проявляються усього кілька разів за мільйони поколінь. У даній моделі нові види в еволюції виникають не через поступове накопичення безперервних випадкових змін [14], а шляхом раптової появи різких стрибків у розвитку, названих мутацією, що приводило до зміни ознак і перетворювало один вид на інший (рис. 2, б).

На основі представленої схеми може бути сформований наступний алгоритм вирішення ОЗ, а саме: у першому блоці, як і в попередніх моделях, міститься популяція (створюється популяція альтернативних рішень вихідної ОЗ і задається кількість поколінь еволюції); на відміну від інших моделей, тут реалізується блок відтворення з урахуванням мутаційної мінливості (відтворення нових альтернативних рішень поставленої задачі з урахуванням застосування мутаційних перетворень). Далі реалізується відбір організмів, після наслідків прояву катастроф під впливом зовнішнього середовища, що призводить до скорочення популяції (з урахуванням зміни технічного за-

вдання (катастрофа), тобто під впливом зовнішнього середовища здійснюється відбір на основі заданого критерію оптимізації для створення нової популяції, зміни параметрів і режимів пошуку). І в останньому блоці відбувається еволюційна зміна форм, де рішення, що залишилися, складуть нову популяцію з новими якостями.

Австрійський філософ і соціолог К. Р. Поппер 1972 року запропонував еволюційну модель [15], яка описує процес, що реалізує ієрархічну систему гнучких механізмів управління, в яких мутація інтерпретується як метод випадкових проб і помилок, а відбір є одним із способів управління для усунення помилок у взаємодії із зовнішнім середовищем (рис. 3, а). На базі цієї схеми може бути сформований наступний алгоритм вирішення ОЗ, а саме [16]: у першому блоці формується популяція пробних рішень (створюється пробна популяція альтернативних рішень вихідної ОЗ, задається кількість поколінь еволюції та параметрів пошуку). На наступному етапі реалізується блок відтворення на основі спадковості та мутаційної мінливості з урахуванням прямого і зворотного впливу зовнішнього сере-

довища (реалізується процес відтворення нащадків (нових альтернативних рішень поставленої задачі) на основі схрещування і мутаційних перетворень). Далі реалізується блок відбору під управлінням зовнішнього середовища (відбираються альтернативні рішення згідно з критерієм оптимізації). І в останньому блоці відбувається еволюційна зміна форм, тобто створюється нова проблема (популяція), яка і бере участь у подальшому еволюційному процесі (створюється нова популяція для продовження пошуку).

1968 року японський біолог Мотоо Кімура запропонував модель еволюції [17] в якій переважна більшість мутацій на молекулярному рівні має нейтральний характер відносно природного відбору. Тому мінливість організмів (особливо в малих популяціях) пояснюється не дією відбору, а випадковими мутаціями, які є нейтральними або майже нейтральними. Опис представленої схеми (рис. 3, б) може слугувати у формуванні наступного алгоритму вирішення ОЗ, а саме [17, 18]: у першому блоці формується початкова популяція (створюється популяція альтернативних рішень ви-

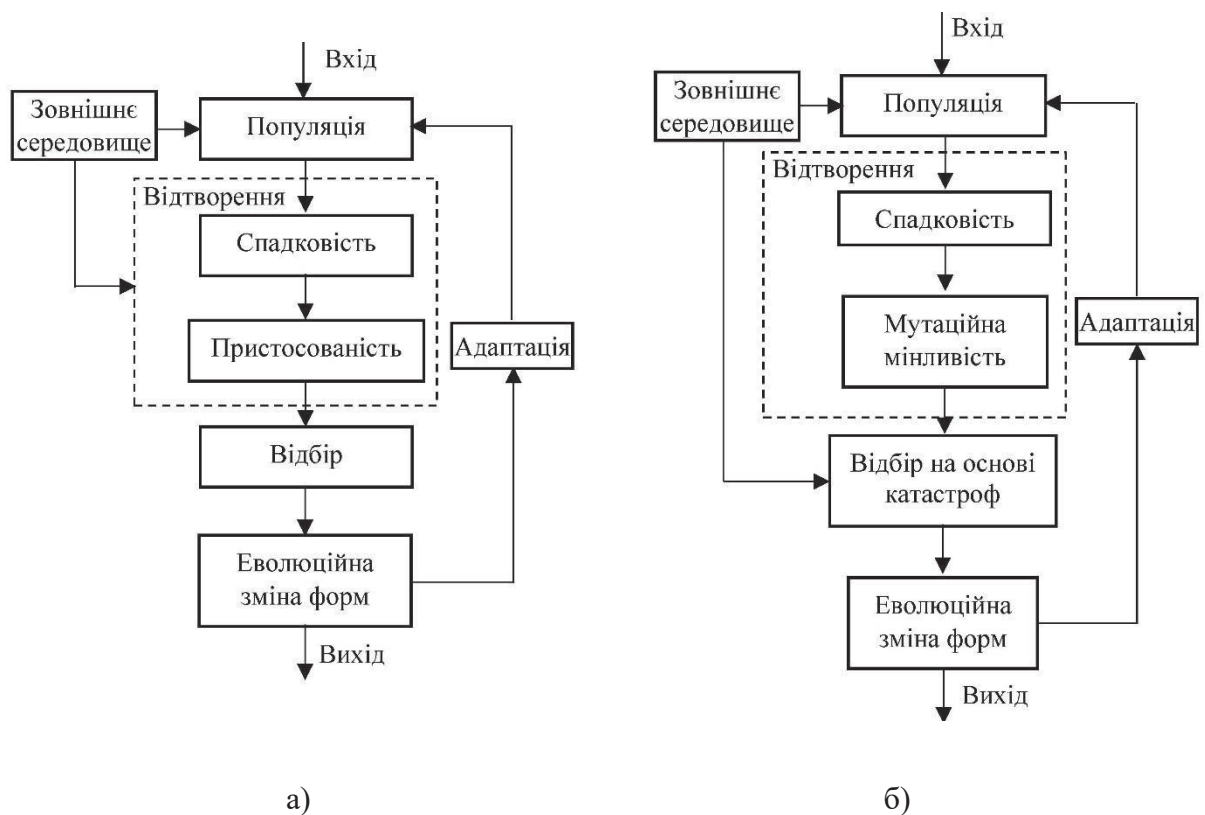


Рис. 2. Схеми моделі еволюції:
а – модель Ж. Ламарка; б – модель Хуго де Фріза

хідної ОЗ і задається кількість поколінь еволюції та параметрів пошуку).

На наступному етапі реалізується блок відтворення на основі спадковості і мутаційної мінливості, а далі реалізується блок нейтрального відбору, в якому відбирається рівно половина особин з кращими і гіршими або середніми ознаками (реалізується процес відтворення нащадків (нових альтернативних рішень поставленої задачі) на основі схрещування і мутаційних перетворень). І в останньому блоці, як завжди, відбувається еволюційна зміна форм, тобто створюється нова популяція, яка і бере участь у подальшому еволюційному процесі (з відібраних індивідів створюється нова популяція альтернативних рішень для продовження пошуку).

Аналізуючи представлені еволюційні моделі еволюції (див. рис. 1–3) можна представити основні положення теорії еволюції й підходу відповідного методу обчислення в ОЗ:

1) Основною елементарною одиницею еволюції вважається локальна популяція (рішення);

2) Основним матеріалом для еволюції слугує мутаційна та рекомбінаційна мінливість (генетичні обчислювальні оператори);

3) Природний відбір є основною причиною виникнення та розвитку адаптацій, а також створює складні генетичні системи (визначення рішення із максимальним (мінімальним) значенням цільової функції);

4) Випадкові мутаційні та генетичні зміни, що відбуваються в невеликій популяції, є причинами формування нейтральних ознак (утворення нових рішень, відмінних від початкових значень цільової функції);

5) Поява нових видів здійснюється переважно в умовах географічної ізоляції (локалізація рішень у визначеній розрахунковій області допустимих значень).

Під час розв'язання різних ОЗ ефективно використовують стратегії, концепції, методи, механізми еволюційного моделювання [18]. Одним з основних методів еволюційного моделювання є ГА [19, 20] метою якого є пошук оптимального розв'язку деякої задачі. Оскільки ГА імітує в своїй

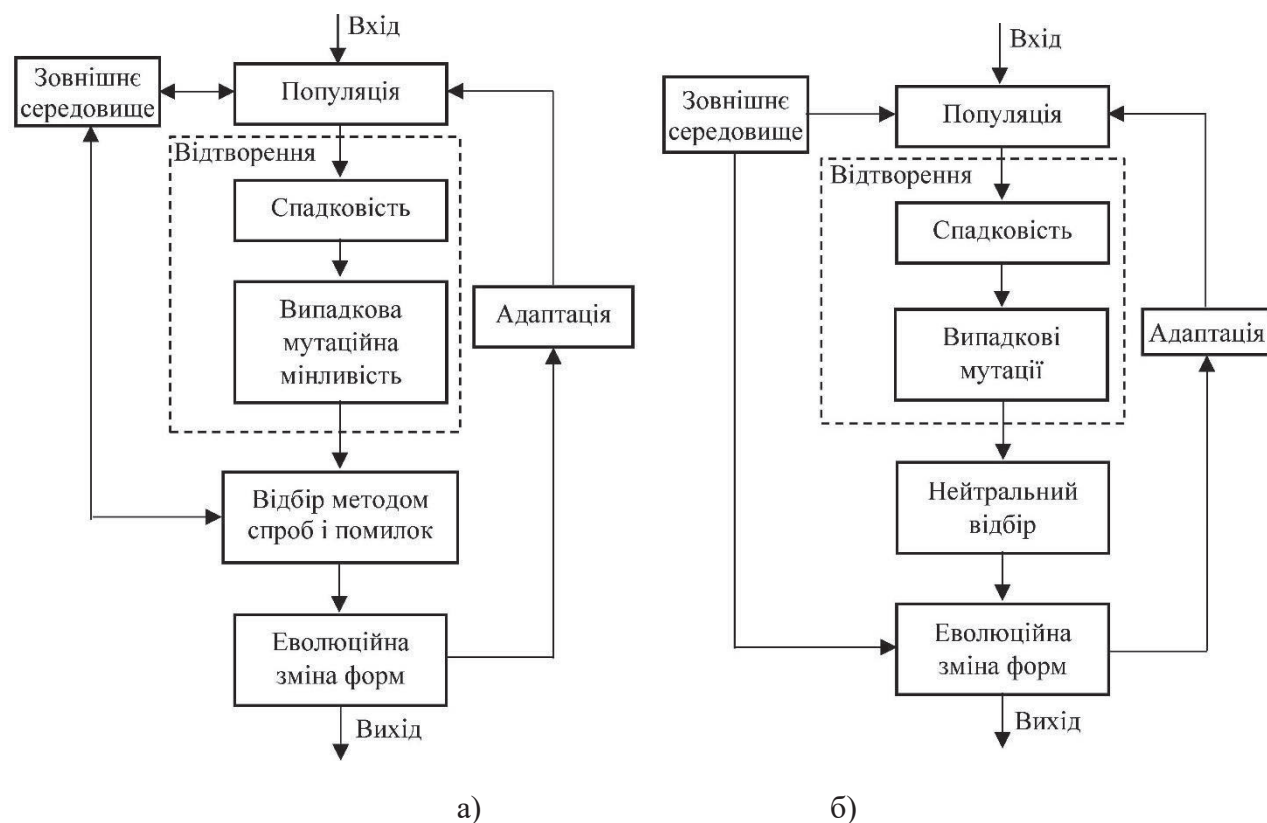


Рис. 3. Модифіковані схеми моделі еволюції:

а – модель К. Попера; б – модель М. Кімури

роботі природні способи оптимізації генетичного успадкування та природного відбору, то під час опису ГА використовуються визначення, запозичені із генетики.

Цільова функція $f(x)$ еквівалентна природному поняттю пристосованості живого організму. Вектор параметрів $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ цільової функції називається фенотипом, а окремі його параметри x_i ознаками, $i=1, \dots, n$.

Кожна координата x_i вектора $x=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$ представляється в певній формі S_i , що найкраще підходить для використання в ГА залежно від типу ОЗ, і називається геном. Для цього необхідно перетворити, у загальному випадку на взаємно однозначне, вектор параметрів $x=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$ в структуру $S=(s_1, s_2, \dots, s_n) \in S$, що називається хромосомою (генотипом, індивід):

$$D \xrightarrow{e^{-1}} S,$$

(1)

де e^{-1} – функція декодування.

Окремі гени хромосоми являють собою унікальні незалежні змінні при рішенні різного типу ОЗ. Параметри можуть бути групою бітів, змінними із плаваючою точкою або простими двозначними числами у двійковому коді.

У просторі представлень S вводиться функція пристосованості $\mu(s)$:

$$S \xrightarrow{\mu} R,$$

(2)

де R – множина дійсних чисел, аналогічна цільовій функції $f(x)$ на множині D . Функцією $\mu(s)$ може бути будь-яка функція, що задовольняє наступну умову:

$$\forall x^1, x^2 \in D: s^1 = e(x^1), s^2 = e(x^2), s^1 \neq s^2,$$

(3)

якщо $f(x^1) > f(x^2)$, то $\mu(s^1) > \mu(s^2)$.

Розв'язок вихідної ОЗ $f(x^*) = \max(\min_{x \in D} f(x))$, зводиться до пошуку рішення s^* іншої задачі оптимізації: $\mu(s^*) = \max(\min_{s \in S} \mu(s))$.

В процесі розв'язку використовуються кінцеві набори можливих рішень, які називаються популяціями:

$$I_q = \{s^k = (s_1^k, s_2^k, \dots, s_n^k), k = 1, 2, \dots, N\} \in S, \quad (4)$$

де s^k – хромосома із номером k , N – розмір популяції, s_i^k – ген із номером i , q – значення номера покоління.

Після чого здійснюється зворотне перетворення:

$$x^* = e^{-1}(s^*). \quad (5)$$

Існують різні способи задання функції пристосованості:

1) як правило покладають $\mu(s) = f(e^{-1}(s))$;

2) у деяких випадках необхідно, щоб функція $\mu(s)$ приймала тільки додатні значення. Тоді функція пристосованості може бути представлена, як:

$$\mu(s^k) = f(s^k) + \left| \min_{k=1,2,\dots,m} f(s^k) \right| + 1 \quad (6)$$

$$\text{або } \mu(s^k) = \left(f(s^k) - \left| \min_{k=1,2,\dots,m} f(s^k) \right| + 1 \right)^2.$$

На кожному етапі генерації ГА хромосоми є результатом застосування генетичних операторів: репродукція (селекція), схрещування і мутація [20]. На рисунку 4 представлена схема ГА, яка поєднала усі особливості розглянутих моделей еволюції (див. рис. 1-3) і дозволила розробити ефективний механізм евристичного розв'язання ОЗ.

Крок 1. Початок роботи програми ГА.

Крок 2. Введення цільової функції $f(x)$ як форми пристосованості індивіда; p_1, p_2 – ймовірності схрещування і мутації відповідно; N – розміру популяції; n – довжини хромосоми; Q – загальна кількість ітерацій (поколінь).

Крок 3. Ініціалізація лічильника значення номера поточного покоління q .

Крок 4. Створення початкової популяції з N хромосом (індивідів). Для цього випадковим чином генерується кінцевий набір пробних рішень:

$$I_q = \{s^k = (s_1^k, s_2^k, \dots, s_n^k), k = 1, 2, \dots, N\} \in S, \quad (7)$$

де S – множина дійсних або бінарних чисел, $q=0$ – нульове покоління.

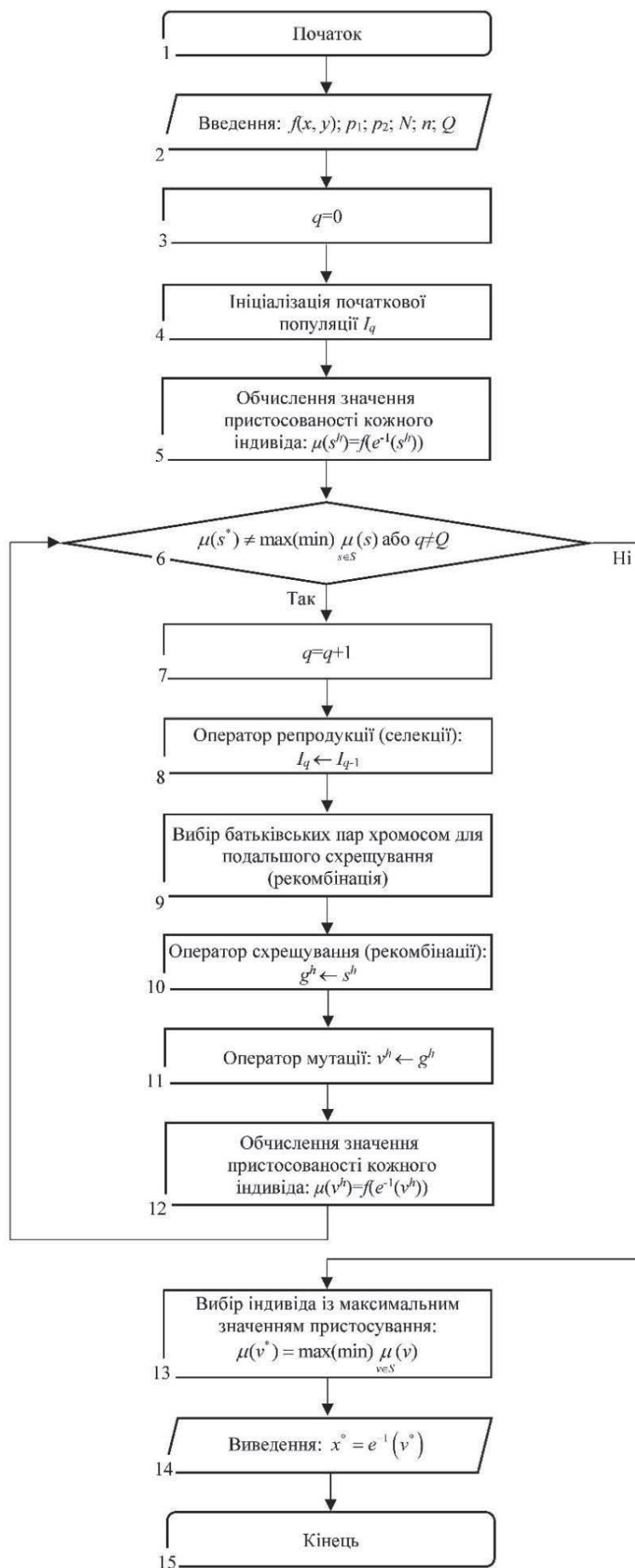


Рис. 4. Схема генетичного алгоритму

Крок 5. Оцінка ступіню пристосованості кожного індивіда – обчислення значення цільової функції $\mu(s^h) = f(e^{-1}(s^h))$.

Крок 6. Ініціалізація умови роботи циклу, а саме: виконання обчислень доти, поки значення пристосованості (цільової функції) індивіда s^* не буде задовольняти умову $\mu(s^*) = \max_{s \in S}(\min) \mu(s)$ або значення

покоління $q=Q$, де Q – загальне число ітерацій обчислення ГА.

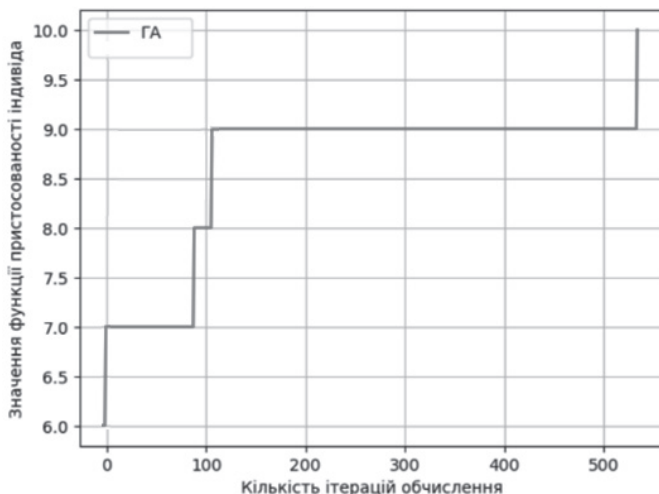
Крок 7. Збільшення поточного значення номера покоління, а саме: $q=q+1$.

Крок 8. Застосування оператора репродукції (селекції). Використовуючи методи рулетки, ранжування або турнірної селекції вибрати N батьківських хромосом із попередньої популяції індивідів: $I_q - I_{q-1}$, де $I_{q,q-1} \in S$.

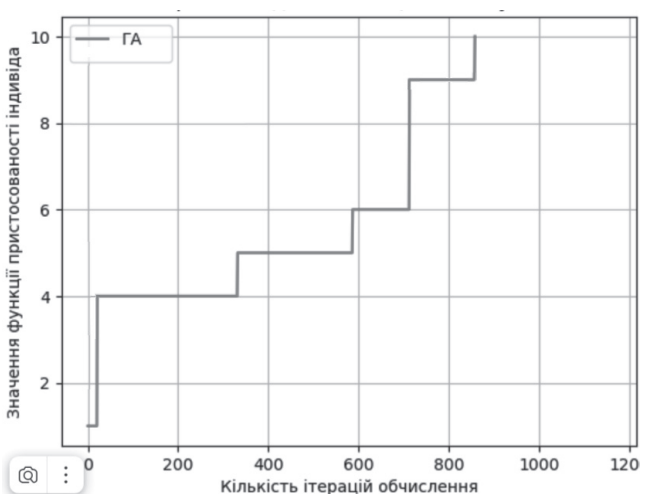
Крок 9. Виконання вибору батьківських пар хромосом для подальшого схрещування (рекомбінація), використовуючи оператори панміксії, інбридингу або аутбридингу.

Крок 10. Застосування оператора схрещування (рекомбінація). Використання таких методів рекомбінації, як кросингування або арифметичне і проміжне схрещування з імовірністю p_1 , отримати популяцію нащадків індивідів на основі батьківських хромосом:

$$(g_1^h, g_2^h, \dots, g_k^h) \leftarrow (s_1^h, s_2^h, \dots, s_k^h). \quad (8)$$



а)



б)

Рис. 5. Діаграма процесу розв'язання ГА модельних задач:

а – OneMax; б – LeadingOnes

Крок 11. Застосування оператора мутації. З імовірністю p_2 піддати мутації популяцію нащадків індивідів:

$$(v_1^h, v_2^h, \dots, v_k^h) \leftarrow (g_1^h, g_2^h, \dots, g_k^h). \quad (9)$$

Крок 12. Оцінка ступеню пристосованості кожного індивіда в новій популяції мутованих нащадків – обчислення відповідного значення цільової функції $\mu(v^h) = f(e^{-1}(v^h))$.

Крок 13. Якщо виконується умова зупинки на кроці 6, тоді необхідно здійснити вибір індивіда із максимальним значенням пристосовування:

$$v^{h*} = (v_1^{h*}, v_2^{h*}, \dots, v_k^{h*}), \quad (10)$$

$$\text{де } \mu(v^*) = \max_{v \in S}(\min) \mu(v).$$

Крок 14. Здійснення виведення результатів обчислень $x^* = e^{-1}(v^*)$.

Крок 15. Кінець роботи програми ГА.

Оскільки ГА належить до числа евристичних методів, у нього відсутня точна умова збіжності розв'язку. Але використання стандартних класичних генетичних операторів дає змогу взяти до уваги всі наявні теоретичні обґрунтування та експери-

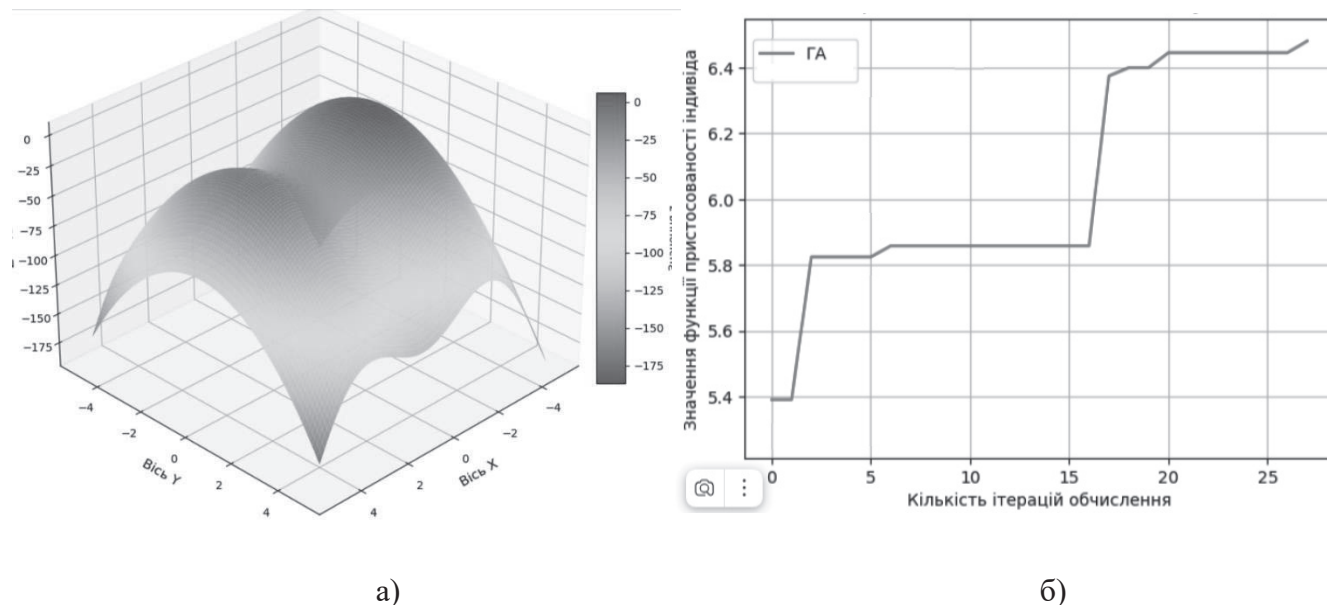


Рис. 6. Діаграма двоекстремальної функції (а) та результату її розв'язання ГА (б): а – тривимірний графік функції; б – діаграма зміни значення функції пристосованості

ментальні підтвердження ефективності ГА [13, 20].

Для проведення оцінки ефективності ГА у розв'язанні ОЗ, було обрано два типи модельних задач, а саме в бінарному представленні індивіда (рішення) і у формі дійсних чисел. Зокрема, для бінарного представлення множини можливих рішень, використано модельну задачу оптимізації OneMax і LengthMax [21, 22].

Під час аналізу результатів обчислення (рис. 5), було відмічено стабільне досягнення глобального оптимуму для популяції із чотирьох індивідів, зокрема: в задачі OneMax було виконано 558 ітерацій, а в задачі LengthMax - 859 ітерацій.

Для тестування ГА, де використовується популяція (рішення) із кодуванням у дійсній формі [10, 23], було обрано оптимізаційну задачу на основі двоекстремальної цільової функції (рис. 6, а). Зокрема, в оптимізаційній задачі на основі цільової двоекстремальної функції. Точкою глобального екстремуму відповідної цільової функції $f(x, y) = -3x^2 - 4y^2 - 23\cos(x - 0,5)$ є точка $f(x^*, y^*) = 6.4892$, де $x^* = -2,0709$ і $y^* = 0$, а точкою локального максимуму $f(x^*, y^*) = -8.193$, де $x^* = 2,8164$ і $y^* = 0$ (див. рис. 6, а). Аналізуючи результати обчислення (рис. 6, б) можна відмітити стабільне досягнення

глобального оптимуму без зупинки у локальному екстремуму [24].

Аналізуючи результати обчислення на рисунку 6 можна відмітити стабільне досягнення глобального оптимуму без зупинки у локальному екстремумі для популяції із шести індивідів (було виконано 28 ітерацій).

Висновки

У статті проведено аналіз відомих еволюційних моделей і визначено основні концепції і підходи еволюційного обчислення ОЗ. Зокрема, розроблено метод оптимізації на основі ГА за допомогою базових операторів еволюції: репродукція (селекція), схрещування та мутації. Особливістю реалізації запропонованого підходу є гібридизація класичного ГА з адаптивними механізмами налаштування параметрів та локального покращення рішень, що дозволяє підвищити ефективність глобального пошуку. За допомогою розробленого еволюційного методу розв'язання ОЗ на базі ГА виконано розрахунок модельних задач багатокритеріальної оптимізації. Зокрема, в задачах OneMax і LeadingOnes в бінарному кодуванні оптимального рішення було визначено, що швидкість збіжності рішення у середньому склала 708 ітерацій, а у задачі пошуку глобального екстремуму двоекст-

ремальної функції склала 28 ітерацій. Більше того, у відповідних тестових задачах було зафіксоване стабільне досягнення глобального екстремуму цільової функції, а середня абсолютна похибка розв'язку у разі ста запусків склала у середньому $2,8 \cdot 10^{-3}$.

Література

1. Saif R., Nadeem S., Khaliq A., Zia S., Iftikhar A. Mathematical understanding of sequence alignment and phylogenetic algorithms: a comprehensive review of computation of different methods // *Advancements in Life Sciences*. – 2022. – Vol. 9, № 4. – P. 401–411.
2. Kudela J. A critical problem in benchmarking and analysis of evolutionary computation methods // *Nature Machine Intelligence*. – 2022. – Vol. 4, № 10. – P. 1238–1245. – DOI: 10.1038/s42256-022-00579-0.
3. Karim R. A. H., Vassányi I., Kósa I. Aftermeal blood glucose level prediction using an absorption model for neural network training // *Computers in Biology and Medicine*. – 2020. – Vol. 125. – Article no. 103956. – DOI: 10.1016/j.compbiomed.2020.103956.
4. Doerr B., Neumann F. A survey on recent progress in the theory of evolutionary algorithms for discrete optimization // *ACM Transactions on Evolutionary Learning and Optimization*. – 2021. – Vol. 1, № 4. – P. 16. – DOI: 10.1145/3472304.
5. Afzal U., Mahmood T., Usmani S. Evolutionary computing to solve product inconsistencies in software product lines // *Science of Computer Programming*. – 2022. – Vol. 224. – Article no. 102875. – DOI: 10.1016/j.scico.2022.102875.
6. Xu Y., Zhang H., Zeng X., Nojima Y. An adaptive convergence enhanced evolutionary algorithm for many-objective optimization problems // *Swarm and Evolutionary Computation*. – 2022. – Vol. 75. – Article no. 101180. – DOI: 10.1016/j.swevo.2022.101180.
7. Thang T. B., Dao T. C., Long N., Binh H. Parameter adaptation in multifactorial evolutionary algorithm for many-task optimization // *Memetic Computing*. – 2021. – Vol. 13, № 4. – DOI: 10.1007/s12293-021-00347-4.
8. Cai Y., Peng D., Liu P., Guo J.-M. Evolutionary multi-task optimization with hybrid knowledge transfer strategy // *Information Sciences*. – 2021. – Vol. 580. – P. 874–896. – DOI: 10.1016/j.ins.2021.09.021.
9. Agrawal S., Tiwari A., Naik P., Srivastava A. Improved differential evolution based on multi-armed bandit for multimodal optimization problems // *Applied Intelligence*. – 2021. – Vol. 51, № 10. – P. 7625–7646. – DOI: 10.1007/s10489-021-02261-1.
10. Ma X., Yang J., Sun H., Hu Z., Wei L. Feature information prediction algorithm for dynamic multi-objective optimization problems // *European Journal of Operational Research*. – 2021. – Vol. 295, № 3. – P. 965–981. – DOI: 10.1016/j.ejor.2021.01.028.
11. Олійник Л. О. Операторний генетичний алгоритм і навчання нейронної мережі // *Computer Science and Applied Mathematics*. – 2023. – № 2. – С. 52–58. – DOI: 10.26661/2786-6254-2023-2-07.
12. Shinkarenko V. I., Makarov O. V. Genetic algorithm for structural adaptation of sorting algorithms // *Problems in Programming*. – 2024. – № 2–3. – P. 11–18. – DOI: 10.15407/pp2024.02-03.011.
13. López-Ibáñez M., Branke J., Paquete L. Reproducibility in evolutionary computation // *ACM Transactions on Evolutionary Learning and Optimization*. – 2021. – Vol. 1, № 4. – Article no. 13. – DOI: 10.1145/3466624.
14. Li W., Liu K., Guo Q., Zhang Z., Ji Q., Wu Z. Genetic algorithm-based optimization of curved-tube nozzle parameters for rotating spinning // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. – 2021. – Vol. 9. – Article no. 781614. – DOI: 10.3389/fbioe.2021.781614.
15. Liang Y. Y., Shen J. C., Li W. Evolution of compressive mechanical properties of early hypertrophic scar during laser treatment // *Journal of Biomechanics*. – 2021. – Vol. 129. – Article no. 110783. – DOI: 10.1016/j.jbiomech.2021.110783.
16. Holmes A., Darbyshire T., Brennan M., McTierney S., Small A. The genome sequence of *Gari tellinella* (Lamarck, 1818), a sunset clam // *Wellcome Open Research*. – 2022. – Vol. 7. – Article no. 116. – DOI: 10.12688/wellcomeopenres.17805.1.
17. Khan A., Burmeister A. R., Wahl L. M. Evolution along the parasitism-mutualism continuum determines the genetic repertoire of prophages // *PLoS Computational Biology*. – 2020. – Vol. 16, № 12. – Article no. 1008482. – DOI: 10.1371/journal.pcbi.1008482.
18. Iskovych-Lototsky R. D., Ivanchuk Y. V., Veselovsky Y. P., Gromaszek K., Oralbekova A. Automatic system for modeling of working processes in pressure generators of hydraulic vibrating and vibro-impact machines // *Proceedings of SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Indus-*

- try, and High-Energy Physics Experiments 2018. – 2018. – Article no. 1080850. – DOI: 10.1117/12.2501532.
19. Kvyetnyy R., Ivanchuk Y. *Computational Methods and Algorithms*: [Textbook]. – Vinnytsya: VNTU, 2024.
 20. Alam M., Samad M. D., Vidyaratne L., Glandon A., Iftekharuddin K. M. Survey on deep neural networks in speech and vision systems // *Neurocomputing*. – 2020. – Vol. 417. – P. 302–321. – DOI: 10.1016/j.neucom.2020.07.053.
 21. Kvyetnyy R., Ivanchuk Y., Yarovyi A., Horobets Y. Algorithm for increasing the stability level of cryptosystems // *Selected Papers of the VIII International Scientific Conference “Information Technology and Implementation (IT&I-2021)”*. – 2021. – Vol. 3179. – P. 293–301. – CEUR Workshop Proceedings. – URL: https://ceur-ws.org/Vol-3179/Short_2.pdf.
 22. Sun X., Wang D., Kang H., Shen Y., Chen Q. A two-stage differential evolution algorithm with mutation strategy combination // *Symmetry*. – 2021. – Vol. 13, № 11. – Article no. 2163. – DOI: 10.3390/sym13112163.
 23. Iskovych–Lototsky R. D., Ivanchuk Y. V., Veselovsky Y. P. Simulation of working processes in the pyrolysis plant for waste recycling // *Eastern–European Journal of Enterprise Technologies. Engineering Technological Systems*. – 2016. – Vol. 1, № 8(79). – P. 11–20. – DOI: 10.15587/1729-4061.2016.59419.
 24. Czégel D., Giaffar H., Tenenbaum J. B., Szathmáry E. Bayes and Darwin: how replicator populations implement Bayesian computations // *BioEssays*. – 2022. – Vol. 44, № 4. – Article no. 2100255. – DOI: 10.1002/bies.202100255.
 - icine, 125, Article 103956. doi: 10.1016/j.combiomed.2020.103956.
 4. Doerr, B. and Neumann, F. (2021) A Survey on Recent Progress in the Theory of Evolutionary Algorithms for Discrete Optimization. *ACM Transactions on Evolutionary Learning and Optimization*, 1(4), Article 16. doi: 10.1145/3472304.
 5. Afzal, U., Mahmood, T. and Usmani, S. (2022) Evolutionary Computing to solve product inconsistencies in Software Product Lines. *Science of Computer Programming*, 224, Article 102875. doi: 10.1016/j.scico.2022.102875.
 6. Xu, Y., Zhang, H., Zeng, X. and Nojima, Y. (2022) An adaptive convergence enhanced evolutionary algorithm for many-objective optimization problems. *Swarm and Evolutionary Computation*, 75, Article 101180. doi: 10.1016/j.swevo.2022.101180.
 7. Thang, T.B., Dao, T.C., Long, N. and Binh, H. (2021) Parameter adaptation in multifactorial evolutionary algorithm for many-task optimization. *Memetic Computing*, 13(4). doi: 10.1007/s12293-021-00347-4.
 8. Cai, Y., Peng, D., Liu, P. and Guo, J.-M. (2021) Evolutionary multi-task optimization with hybrid knowledge transfer strategy. *Information Sciences*, 580, pp. 874–896. doi: 10.1016/j.ins.2021.09.021.
 9. Agrawal, S., Tiwari, A., Naik, P. and Srivastava, A. (2021) Improved differential evolution based on multi-armed bandit for multimodal optimization problems. *Applied Intelligence*, 51(10), pp. 7625–7646. doi: 10.1007/s10489-021-02261-1.
 10. Ma, X., Yang, J., Sun, H., Hu, Z. and Wei, L. (2021) Feature information prediction algorithm for dynamic multi-objective optimization problems. *European Journal of Operational Research*, 295(3), pp. 965–981. doi: 10.1016/j.ejor.2021.01.028.
 11. Oliynyk, L.O. (2023) Operator Genetic Algorithm and Neural Network Training. *Computer Science and Applied Mathematics*, (2), pp. 52–58. doi: 10.26661/2786-6254-2023-2-07.
 12. Shinkarenko, V.I. and Makarov, O.V. (2024) Genetic algorithm for structural adaptation of sorting algorithms. *Problems in Programming*, 2–3, pp. 11–18. doi: 10.15407/pp2024.02-03.011.
 13. López-Ibáñez, M., Branke, J. and Paquete, L. (2021) Reproducibility in Evolutionary Computation. *ACM Transactions on Evolutionary Learning and Optimization*, 1(4), Article 13. doi: 10.1145/3466624.

References

1. Saif, R., Nadeem, S., Khaliq, A., Zia, S. and Iftekhar, A. (2022) Mathematical Understanding of Sequence Alignment and Phylogenetic Algorithms: A Comprehensive Review of Computation of Different Methods. *Advancements in Life Sciences*, 9(4), pp. 401–411.
2. Kudela, J. (2022) A critical problem in benchmarking and analysis of evolutionary computation methods. *Nature Machine Intelligence*, 4(10), pp. 1238–1245. doi: 10.1038/s42256-022-00579-0.
3. Karim, R.A.H., Vassányi, I. and Kósa, I. (2020) After-meal blood glucose level prediction using an absorption model for neural network training. *Computers in Biology and Med-*

14. Li, W., Liu, K., Guo, Q., Zhang, Z., Ji, Q. and Wu, Z. (2021) Genetic Algorithm-Based Optimization of Curved-Tube Nozzle Parameters for Rotating Spinning. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 9, Article 781614. doi: 10.3389/fbioe.2021.781614.
15. Liang, Y.Y., Shen, J.C. and Li, W. (2021) Evolution of compressive mechanical properties of early hypertrophic scar during laser treatment. *Journal of Biomechanics*, 129, Article 110783. doi: 10.1016/j.jbiomech.2021.110783.
16. Holmes, A., Darbyshire, T., Brennan, M., McTierney, S. and Small, A. (2022) The genome sequence of Gari tellinella (Lamarck, 1818), a sunset clam. *Wellcome Open Research*, 7, Article 116. doi: 10.12688/wellcomeopenres.17805.1.
17. Khan, A., Burmeister, A.R. and Wahl, L.M. (2020) Evolution along the parasitism-mutualism continuum determines the genetic repertoire of prophages. *PLoS Computational Biology*, 16(12), Article e1008482. doi: 10.1371/journal.pcbi.1008482.
18. Iskovych-Lototsky, R.D., Ivanchuk, Y.V., Veselovsky, Y.P., and Gromaszek, K. (2018) Automatic system for modeling of working processes in pressure generators of hydraulic vibrating and vibro-impact machines. *Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2018*, 1080850. doi: 10.1117/12.2501532.
19. Kvyetnyy, R. and Ivanchuk, Y. (2024) Computational Methods and Algorithms. Vinnytsya: VNTU.
20. Alam, M., Samad, M.D., Vidyaratne, L., Glandon, A. and Iftekharuddin, K.M. (2020) Survey on Deep Neural Networks in Speech and Vision Systems. *Neurocomputing*, 417, pp. 302–321. doi: 10.1016/j.neucom.2020.07.053.
21. Kvyetnyy, R., Ivanchuk, Y., Yarovyi, A. and Horobets, Y. (2021) Algorithm for Increasing the Stability Level of Cryptosystems. *Proceedings of the VIII International Scientific Conference "Information Technology and Implementation (IT&I-2021)"*, 3179, pp. 293–301. Available at: https://ceur-ws.org/Vol-3179/Short_2.pdf.
22. Sun, X., Wang, D., Kang, H., Shen, Y. and Chen, Q. (2021) A two-stage differential evolution algorithm with mutation strategy combination. *Symmetry*, 13(11), Article 2163. doi: 10.3390/sym13112163.
23. Iskovych-Lototsky, R.D., Ivanchuk, Y.V. and Veselovsky, Y.P. (2016) Simulation of working processes in the pyrolysis plant for waste recycling. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies: Engineering Technological Systems*, 1(8), pp. 11–20. doi: 10.15587/1729-4061.2016.59419.
24. Czégel, D., Giaffar, H., Tenenbaum, J.B. and Szathmáry, E. (2022) Bayes and Darwin: How replicator populations implement Bayesian computations. *BioEssays*, 44(4), Article 2100255. doi: 10.1002/bies.202100255.

Одержано: 07.10.2025

Внутрішня рецензія отримана: 13.10.2025

Зовнішня рецензія отримана: 17.10.2025

Про авторів:

¹Іванчук Ярослав Володимирович,
доктор технічних наук, професор,
<https://orcid.org/0000-0002-4775-6505>.

¹Олександр Олегович Борисюк,
аспірант,
<https://orcid.org/0009-0004-0244-7700>.

Місце роботи авторів:

¹Вінницький національний технічний
університет
тел. +380 (0432) 65-19-03
21021, Україна, м. Вінниця,
вул. Хмельницьке шосе, 95
E-mail: ivanchuck@ukr.net
<https://vntu.edu.ua/>