УДК 681.3

НЕЙРОНЕЧЕТКИЕ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИКИ В СИСТЕМЕ Н-ГОМЕОПАТ

А.И. Провотар, Л.А. Катеринич

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
03127, Киев, проспект Академика Глушкова, 2, к. 6., факс 259 7044,
тел. 259 0511, e-mail: aprowata@unicyb.kiev.ua
Uniwersytet Rzeszowski, 35-959, Rzeszow, ul. Rejtana 16c, tel. 8721292

Рассматриваются вопросы построения нечетких моделей процессов диагностирования в системе Н-Гомеопат и процедур нечеткого логического вывода. Предложен способ реализации нечетких алгоритмов нейронными сетями.

The questions of construction of fuzzy models for diagnostic proceses in system H-Homeopath and procedures of fuzzy inference are considered. A method for implementing of fuzzy algorithms by neural networks are proposed.

Введение

Разработкой математических методов решения медицинских задач диагностики ученые занимаются много лет. Эффективность подобных математических методов можно проследить по ряду медицинских диагностических систем, которые были разработаны в последнее время [1]. Общей чертой подобных систем является зависимость от конкретных методов обработки групповых данных, а также особенностей медицинской информации.

Удобным инструментом для представления информационных моделей в диагностических системах являются нейронные сети (НС) [2, 3]. В общем случае, такая сеть принимает некоторый входной сигнал из внешнего мира и пропускает его через себя с преобразованиями в каждом нейроне. Таким образом, в процессе прохождения сигнала по связям сети, происходит его обработка, результатом которой является определенный выходной сигнал.

Постановка задачи. Для проектирования нейронной сети в системе Н-ГОМЕОПАТ [4] была выбрана наиболее распространенная структура нейронных сетей – многослойная (рис. 1). Эта структура подразумевает, что каждый нейрон произвольного слоя связан со всеми выходами (аксонами) нейронов предыдущего слоя или со всеми входами НС в случае первого слоя. Другими словами сеть имеет следующую структуру слоев: входной, промежуточный (скрытый) и выходной. Такие нейронные сети также называют полносвязными.

Для решения задачи диагностирования в системе Н-ГОМЕОПАТ используется НС следующей архитектуры.

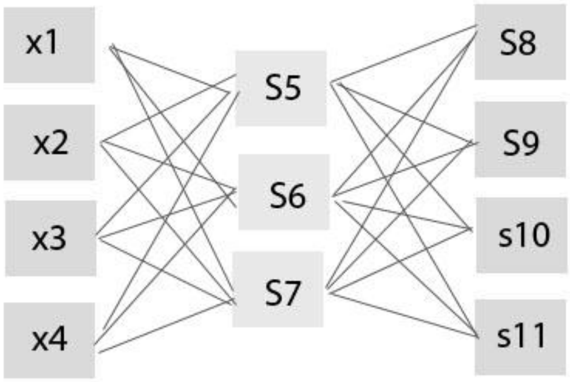

Рис. 1

Базовые множества, определяющие процесс диагностирования в системе это множества симптомов и препаратов. Множество симптомов – это описание отклонений от нормального состояния организма. Характеристики элементов данного множества могут относиться, например, к органам пищеварения, зрения, слуха, сердца, сосудов, крови и др.

Множество препаратов содержат лекарственные препараты. Характеристиками элементов этого множества можно считать названия препаратов, а также способ приготовления, характерные признаки и др. Кроме того, каждый препарат связан с конкретным набором симптомов, а каждый симптом связан с не менее чем с одним препаратом.

Если на представленном далее рис. 2 большая окружность – это множество всех симптомов, а маленькие – это множества симптомов, которые отвечают конкретным препаратам, легко видеть, что существуют симптомы, связанные сразу с несколькими препаратами и такие, которые связаны лишь с одним препаратом.

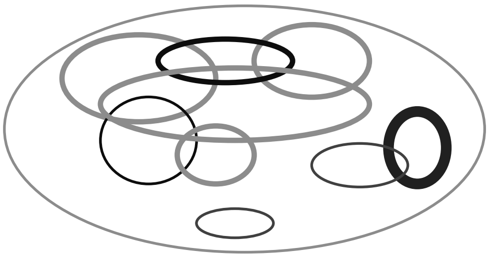

Рис. 2

Обучение нейронной сети проходят на ограниченном количестве примеров, затем ей позволяют самостоятельно генерировать поведение в других ситуациях. Способность генерировать правильную реакцию на различные симптомы, не входящие в набор обучающих, является ключевым фактором при создании НС.

Сеть работает в двух режимах: в режиме обучения и распознавания. В режиме обучения производится формирование так называемых логических цепочек. В режиме распознавания НС по конкретным входным сигналам с высокой степенью достоверности определяется какие действия предпринять.

Данные для тестирования представляют собой несколько сценариев с набором действий. В результате сеть должна рассчитывать реакцию на входы и выполнять действие, которое будет похожим на обучающие сценарии.

Построенная нейронная сеть достаточно точно определяет диагноз пациента по представленной симптоматике. Однако такая сеть не рассчитана на работу с нечеткой информацией, с помощью которой в большинстве случаев можно описать реальную картину симптоматики. Поэтому, в работе предлагаются и исследуются нечеткие модели диагностики, определяющие нечеткий логический вывод, а также соответствующие нейронные сети для его реализации.

Нечеткие спецификации логического вывода. Под нечеткой спецификацией логического вывода (алгоритмом) понимают упорядоченное множество нечетких инструкций, которые при выполнении дают приближенное (нечеткое) решение проблемы.

Пусть x и y – входная и выходная лингвистические переменные [2, 3]; A и B – некоторые нечеткие множества, задающие значения элементов терм-множеств переменных x и y, соответственно. Простейшим нечетким алгоритмом может быть такая конструкция:

вход (x);
если *x есть A*, ***то*** *y есть B*;
выход (y).

Инструкция “***если*** *x есть A*, ***то*** *y есть B*“ интерпретируется как нечеткая импликация $A \to B$ и, следовательно, задается нечетким отношением на декартовом произведении областей определения (четких множествах) $\boldsymbol{X}$ входной переменной и $\boldsymbol{Y}$ выходной переменной. Выходное значение алгоритма определяется с помощью композиционного правила. А именно, если на вход подается нечеткое множество A', то на выходе получаем нечеткое множество B', которое определяется как композиция нечеткого входа и нечеткого отношения импликации, т.е. $B' = A' \circ (A \to B)$. Нечеткое отношение $R = A \times B$, $R(x, y) = A(x) \to B(y)$, где $A(x) = \mu_A(x)$ – значение функции принадлежности элемента x нечеткому множеству A. Как правило, используется импликация Мамдани, т.е. $A(x) \to B(y) = \min\{A(x), B(y)\}$ и max-min композиции. В этом случае значение функции принадлежности выходного нечеткого множества определяется по формуле

$$B'(y) = \max_{x \in X} \min (A'(x), \min\{A(x), B(y)\}), y \in Y.$$

Более сложный нечеткий алгоритм образует конструкция вида:

вход (x);
если *x есть* A_1, ***то*** *y есть* B_1;
если *x есть* A_2, ***то*** *y есть* B_2;
. . .
если *x есть* A_m, ***то*** *y есть* B_m;
выход (y),

где A_i и B_i – нечеткие множества.

Существует два основных способа определения выхода B'. В обоих используется так называемое понятие *агрегации* правил, т.е. учет суммарного эффекта от работы всех правил. Оператор агрегации ***Agg*** действует как s-норма [2], но разрешается использование произвольной t-нормы.

Первый способ определения выхода состоит в предварительной агрегации нечетких отношений $R = \boldsymbol{Agg}(R_1, R_2, ..., R_m)$. Результат B' при заданном входе A' определяется с помощью композиционного правила: $B' = A' \circ R$. Если оператор агрегации является операцией нахождения максимума, то B' определяется по формуле

$$B' = A' \circ \bigcup_{i=1}^{m} R_i.$$

Второй способ состоит в определении выходов для каждого правила с помощью использования композиции $B_i' = A' \circ R_i$, $i = 1, \ldots, m$. Дальше осуществляется агрегация полученных выходов по правилу $B' = \boldsymbol{Agg}(B_1', B_2', \ldots, B_m')$, т. е.

$$B' = \bigcup_{i=1}^{m} (A' \circ R_i).$$

Утверждение. При использовании max-min композиций совместно с операцией максимума в роли оператора агрегации результаты, полученные обоими механизмами логического вывода, будут эквивалентными, т.е. справедливо соотношение

$$A' \circ \bigcup_{i=1}^{m} R_i = \bigcup_{i=1}^{m} (A' \circ R_i).$$

Доказательство. Представим выход нечеткой системы, полученной на основе первого способа логического вывода, $A' \circ \bigcup_{i=1}^{m} R_i$, следующим образом:

$$B'(y) = \max_{x \in X} \min \{A'(x), \max_{i=1}^{m} (R_i(x,y))\}, y \in Y.$$

Тогда

$$B'(y) = \max_{x \in X} \{A'(x) \wedge (R_1(x,y) \vee \ldots \vee R_m(x,y))\} =$$

$$= \max_{x \in X} \{(A'(x) \wedge (R_1(x,y)) \vee \ldots \vee (A'(x) \wedge R_m(x,y))\} =$$

$$= \vee \{ \max_{x \in X} (A'(x) \wedge (R_1(x,y)), \ldots, \max_{x \in X} (A'(x) \wedge R_m(x,y))\},$$

где для удобства обозначено max – $\vee$, а min – $\wedge$ и использована дистрибутивность операций $\vee$ и $\wedge$.

Более интересной представляется ситуация, когда алгоритм имеет не один, а несколько входов:

вход $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$;
если x_1 *есть* $A_{11} \wedge x_2$ *есть* $A_{12} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{1n} ***то*** y *есть* B_1;
если x_1 *есть* $A_{21} \wedge x_2$ *есть* $A_{22} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{2n} ***то*** y *есть* B_2;
. . .
если x_1 *есть* $A_{m1} \wedge x_2$ *есть* $A_{m2} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{mn} ***то*** y *есть* B_m;
выход (y),

где x_j, $j = 1,\ldots, n$ – входные лингвистические переменные, y – выходная лингвистическая переменная; A_{ij} и B_i – нечеткие множества. Логическая связка "$\wedge$" интерпретируется как t-норма нечетких множеств. В отличие от случая с одной входной переменной, представление импликации в виде отношения в алгоритмах со многими входными параметрами невозможно. Учитывая это используется другая процедура нахождения выхода, которая использует так называемые уровни истинности правил типа ***если*** x_1 *есть* $A_{i1} \wedge x_2$ *есть* $A_{i2} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{in} ***то*** y *есть* B_i.

Определение. *Уровнем истинности* i-го правила, называется действительное число α_i, которое характеризует меру соответствия входа системы $A_1', A_2', \ldots, A_n'$ нечетким множествам $A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{in}$:

$$\alpha_i = \min_{j=1}^{n} \left[\max_{X_j} (A_j'(x_j) \wedge A_{ij}(x_j)) \right],$$

где X_j – множества определения переменной x_j, $j = 1,\ldots, n$.

В случае двух входов x_1 и x_2, процедура выполнения алгоритма будет состоять из следующих шагов:

1) для каждого правила R, $i = 1, \ldots, m$ вычисляем уровень истинности правила

$$\alpha_i = \min \left[\max_{X_1} (A_1'(x_1) \wedge A_{i1}(x_1)), \max_{X_2} (A_2'(x_2) \wedge A_{i2}(x_2)) \right];$$

2) для каждого правила вычисляем индивидуальные выходы

$$B_i'(y) = \min\,(\alpha_i, B_i(y))\ ;$$

3) вычисляем агрегатный выход

$$B'(y) = \max\,(B_1', B_2', \ldots, B_m').$$

Эта процедура называется max-min процедурой или процедурой логического вывода Мамдани (импликация интерпретируется как операция минимум, агрегация выходов правил – как операция максимум).

Данный механизм логического вывода может быть использован и в том случае, если имеется лишь один вход нечеткой системы. В тех случаях, когда функции принадлежности дискретны, справедливо следующее утверждение

Утверждение. При использовании max-min композиций и логического вывода Мамдани результаты будут эквивалентными, т.е. справедливо соотношение

$$B'(y) = \max_{x\in X}\,(A'(x) \wedge (R(x,y)) = \max_{i=1}^{m}\,(\alpha_i \wedge B_i(y)).$$

Доказательство. Аналогично доказательству предыдущего предложения получаем, что

$$B'(y) = \max_{i=1}^{m}\,\{\max_{x\in X}\,(A'(x) \wedge (R_i(x,y))\} =$$

$$= \max_{i=1}^{m}\,\{\max_{x\in X}\,(A'(x) \wedge [A_i(x) \wedge B_i(y)])\} =$$

$$= \max_{i=1}^{m}\,\{\max_{x\in X}\,([A'(x) \wedge A_i(x)] \wedge B_i(y))\} =$$

$$= \max_{i=1}^{m}\,\{\alpha_i \wedge B_i(y)\},\ y\in Y.$$

Нейронные сети для представления правил вывода. Для реализации нечетких алгоритмов предлагается использовать гибридные нейро-нечеткие системы (ГННС) [2, 3]. Они позволяют наиболее полно использовать сильные стороны нечетких систем и нейронных сетей. Характерной чертой ГННС является то, что они всегда могут быть рассмотрены как системы нечетких правил, при этом настройка функций принадлежностей в предпосылках и заключениях правил на основе обучающего множества производится с помощью НС.

Рассмотрим, например, способ конструирования НС для реализации нечетких алгоритмов, функционально эквивалентных системам Суджено [3]. Для простоты изложения предположим, что алгоритм имеет только две входные переменные и две инструкции вида "***если*** *x есть A*, ***то*** *y есть B*":

вход (x_1, x_2);
если x_1 *есть* $A_{11} \wedge x_2$ *есть* A_{12} ***то*** $y = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$;
если x_1 *есть* $A_{21} \wedge x_2$ *есть* A_{22} ***то*** $y = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$;
выход (y)

Выход y этого алгоритма находится по формуле $y = (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2)/\ (\alpha_1 + \alpha_2)$, где y_i – выход i-го правила. Данный алгоритм может быть реализован в виде нейроподобной структуры, состоящей из пяти слоев (рис. 3).

1. Выходы нейронов представляют собой степени принадлежности входных значений нечетким множествам, ассоциированным с нейронами.

2. Каждый нейрон вычисляет уровень истинности правила по формуле $\alpha_i = A_{i1}(x_1) \wedge A_{i2}(y_0)$, $i = 1, 2$, где для моделирования связки $\wedge$ может использоваться дифференцируемая t-норма.

3. На данном слое осуществляется нормализация уровней истинности каждого правила по формулам $\beta_i = \alpha_i\ /\ (\alpha_1 + \alpha_2)$.

4. Выходы нейронов представляют произведение нормализованных значений уровней истинности на соответствующие выходы правил: $y_i = \beta_i\,(c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2)$.

5. Нейрон последнего (выходного) слоя производит адаптивное суммирование выходов нейронов предыдущего слоя.

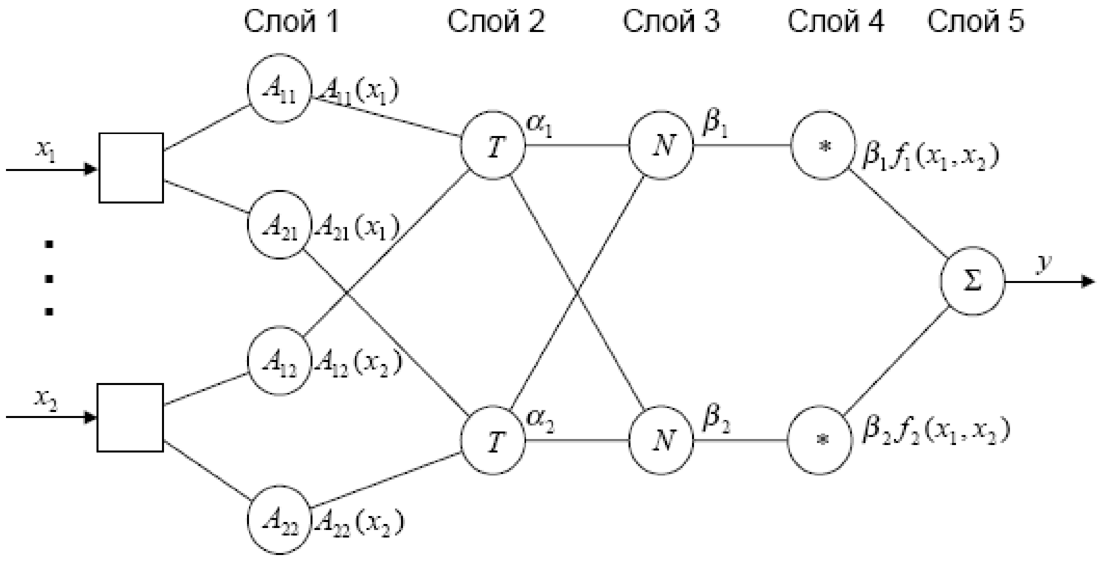

Рис. 3. НС для реализации нечеткого алгоритма

Нечеткие спецификации логического вывода в системе Н-Гомеопат. Рассмотрим пример построения нечетких спецификаций для диагностирования пациента в системе Н-Гомеопат. Пусть $\boldsymbol{X}_1$ = {5, 10, 15, 20}, $\boldsymbol{X}_2$ = {5, 10, 15, 20}, $\boldsymbol{X}_3$ = {35, 36, 37, 38, 39, 40} – пространства для определения значений элементов терм-множеств “Кашель” = {“*слабый*”, “*умеренный*”, “*сильный*”}, ”Насморк” = {“*слабый*”, “*умеренный*”, “*сильный*”}и “Температура” = {“*нормальная*”, “*повышенная*”, “*высокая*”, “*очень высокая*”} соответственно. Определим элементы этих терм-множеств следующим образом:

“Кашель”: “*слабый*” = 1/5 + 0.5/10;
“*умеренный*” = 0.5/5 + 0.7/10 + 1/15;
“*сильный*” = 0.5/10 + 0.7/15 + 1/20.
”Насморк”: “*слабый*” = 1/5 + 0.5/10;
“*умеренный*” = 0.5/10 + 1/15;
“*сильный*” = 0.7/15 + 1/20.
“Температура”: “*нормальная*” = 0.5/35 + 0.8/36 + 0.9/37 + 0.5/38;
“*повышенная*”= 0.5/37 + 1/38;
“*высокая*” = 0.5/38 + 1/39;
“*очень высокая*” = 0.8/39 + 1/40.

Пусть $\boldsymbol{Y}$ = {6, 12, 24, 30, 48, 96} – пространство для определения значений элементов терм-множества ”Антигриппин” = {“*низкое*”, “*среднее*”, “*высокое*”}. При этом

”Антигриппин”: “*низкое*” = 1/6 + 0.5/12;
“*среднее*” = 1/24 + 1/30;
“*высокое*” = 0.8/48 + 1/96.

Тогда зависимость разведения препарата от симптомов пациента может быть описана следующей системой спецификаций:

вход (x_1, x_2, x_3);
если x_1 *есть* “*слабый*” $\wedge$ x_2 *есть* “*слабый*” $\wedge$ x_3 *есть* “*повышенная*” ***то*** y *есть* “*низкое*”;
если x_1 *есть* “*слабый*” $\wedge$ x_2 *есть* “*умеренный*” $\wedge$ x_3 *есть*“ *высокая*” ***то*** y *есть* “*среднее*”;
если x_1 *есть* “*слабый*” $\wedge$ x_2 *есть* “*умеренный*” $\wedge$ x_3 *есть*“ *очень высокая*” ***то*** y *есть* “*высокое*”;
выход (y),

где x_1, x_2, x_3 – входные лингвистические переменные, принимающие значения из терм-множеств “Кашель”, ”Насморк” и “Температура” соответственно, y – выходная лингвистическая переменная. Если на вход x_1 этого алгоритма подать величину A_1' = 1/5 + 0.7/10, на вход x_2 - величину A_2' = 1/5 + 0.5/10, на вход x_3 – величину A_3' = 1/36 + 0.9/37, то в соответствии с процедурой выполнения этого алгоритма получим:

1. Уровень истинности первого правила

$$\alpha_1 = \min[\max(1 \wedge 1, 0.7 \wedge 0.5), \max(1 \wedge 1, 0.5 \wedge 0.5), \max(1 \wedge 0, 0.9 \wedge 0.5)] = \min[\max(1, 0.5), \max(1, 0.5), \max(0, 0.5)] = \min(1, 1, 0.5) = 0.5.$$

2. Уровень истинности второго правила

$$\alpha_2 = \min[\max(1 \wedge 1, 0.7 \wedge 0.5), \max(0.5 \wedge 0.5), \max(1 \wedge 0, 0.9 \wedge 0)] = \min[\max(1, 0.5), \max(0.5, 0.5), \max(0, 0)] = \min(1, 0.5, 0) = 0.$$

3. Уровень истинности третьего правила

$$\alpha_3 = \min[\max(1 \wedge 1, 0.7 \wedge 0.5), \max(0.5 \wedge 0.5), \max(1 \wedge 0, 0.9 \wedge 0)] = \min[\max(1, 0.5), \max(0.5, 0.5), \max(0, 0)] = \min(1, 0.5, 0) = 0.$$

Вычисляем индивидуальные выходы B_i' каждого правила:

$$B_1' = \min(0.5, 1)/6 + \min(0.5, 05)/12 = 0.5/6 + 0.5/12;$$

$$B_2' = 0,$$

$$B_3' = 0.$$

Агрегация индивидуальных выходов приводит к следующему выходу алгоритма:

$$B' = 0.5/6 + 0.5/12.$$

Учитывая что во многих прикладных задачах требуется оперировать с обычными четкими значениями, моделирование процесса диагностики с помощью нечетких спецификаций состоит из нескольких этапов.

1. Фазификации (приведение к нечеткости);
2. Логического вывода на основе заданных спецификаций (с помощью вышерассмотренных механизмов);
3. Дефазификации (приведение к четкости).

На этапе фазификации происходит преобразование четких входных данных в нечеткие множества. Для этого, как правило, используются синглетонные модели. При использовании синглетонов, механизм логического вывода упрощается вследствие упрощения процедуры нахождения уровней истинности спецификаций (правил).

Дефазификация используется, когда результат (нечеткое множество) необходимо преобразовать к четкому значению y^*. В системе Н-Гомеопат используется следующий метод дефазификации (в дискретном варианте):

$$y^* = \sum y_i B(y_i) / \sum B(y_i).$$

Например, при дефазификации полученного ранее нечеткого множества B' получим:

$$y^* = (0.5 \cdot 6 + 0.5 \cdot 12)/(0.5 + 0.5) = 9.$$

Этот результат может быть интерпретирован как ”Антигриппин” девятого разведения.

Выводы

Использование ГННС в системе Н-Гомеопат связано с тем, что именно они позволяют наиболее полно использовать сильные стороны нечетких систем и нейронных сетей. Характерной чертой таких систем является то, что они могут быть рассмотрены как системы нечетких правил, при этом настройка функций принадлежности в предпосылках и заключениях правил на основе обучающего множества осуществляется с помощью НС.

Таким образом, процесс диагностирования в системе обеспечивается нейронными сетями не сложной архитектуры в условиях четкой симптоматики и ГННС в случае нечеткой симптоматики. При этом, основываясь на фундаментальном результате Фунахаши о том, что с помощью НС можно аппроксимировать с любой заданной точностью любую непрерывную на компакте функцию, появляется возможность использования нечетких спецификаций для решения задач четкой диагностики. Открытым остается вопрос об эффективности такого использования.

1. *Cholewa W., Czogala E.* Podstawy systemow ekspertowych. – Warszawa: Prace IBIB PAN, N 28. – 1989.
2. *Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Телеком, 2006. – 382 с.
3. *Leski J.* Systemy neuronowo-rozmyte. – Warszawa: Naukowo-Techniczne, 2008. – 690 с.
4. *Катеринич Л., Провотар А.* Диагностирование на нейронных сетях в системе Гомеопат // XIII-th International Conference: Knowledge Dialogue Solution. – Sofia, 2007. – V 1. – P. 64–68.
5. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets ana Systems. – 1978. – N 1. – P. 3–28.