

УДК 004.021: 004.312.4: 004.414.2

## О СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ КОМПОНЕНТНОЙ СЕТИ ПЕТРИ

Е.А. Лукьянова

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,  
факультет кибернетики, проспект Академика Глушкова, 4  
e-mail: [lukyanoava@mail.ru](mailto:lukyanoava@mail.ru)

Рассмотрены вопросы конструирования и работы структурных элементов компонентной сети Петри (CN-сети). Такими структурными элементами являются составные компоненты: компоненты-места и компоненты переходы. От эффективного выделения составных компонент зависит размер модели реальной системы и время на ее верификацию.

The problems of designing and work of structural elements of a component Petri net (CN-net) are considered. Such elements are composite components: components-places and components passages. The size of model of real system and time for its verification depends on effective allocation of composite components.

### Введение

Практически любая реальная сложная система, как правило, состоит из нескольких или множества взаимодействующих друг с другом объектов. Взаимодействию составных частей системы между собой и окружающей их средой присущ параллелизм. Способ взаимодействия объектов определяет вид параллельных процессов, протекающих в системе. Параллельные процессы могут быть асинхронными и синхронными, при этом один и тот же процесс может быть синхронным по отношению к одному из активных параллельных процессов и асинхронным по отношению к другому. Для организации взаимодействия параллельных процессов используются подходы, основанные на взаимном исключении и синхронизации.

Реактивные распределенные системы характеризуются параллельным функционированием протекающих в системе процессов, наличием сложных межпроцессорных взаимодействий и дискретным изменением параметров работающей системы. Для моделирования и анализа поведения реактивных распределенных систем широко применяется теория сетей Петри [1], позволяющая путем установления связей между объектами и отслеживания изменений состояний системы, описывать динамические недетерминированные процессы этих сложных систем [2]. В терминах сетей Петри адекватно выражаются важные характеристики параллельных систем по синхронизации доступа к ресурсам и их корректной обработки. Анализ сетей Петри позволяет получить важную информацию о структуре и динамическом поведении моделируемой системы.

Актуальной на сегодняшний день является задача, нахождения возможностей сокращения размеров модели Петри исследуемой системы. Эта задача для систем с параллелизмом может быть решена, например, за счет использования в качестве модели системы такого расширения сети Петри, как CN-сеть (компонентная сеть Петри) [3]. Выявление групп одинаковых или однотипных процессов в детальной (подробной) модели системы и оформление их в виде блоков составных компонент модели, позволяет значительно сократить размеры модели и получить модель системы в виде CN-сети, в которой однотипные процессы заключены в соответствующие блоки – составные компоненты (компоненты-места и компоненты-переходы). А двух аспектный подход к функционированию этих компонент открывает новые возможности для сокращения времени на верификацию модели.

Цель данной работы – описание структуры и работы составных компонент CN-сети и демонстрация составных компонент из различных, ранее полученных, моделей (CN-сетей) [3, 4] широко известной задачи о пяти философах.

### 1. Предварительные сведения

Компонентная сеть Петри (CN-сеть) – это ориентированный граф, описываемый упорядоченной пятеркой:

$$CN = (P, T, F, W, M_0),$$

где  $P$  – конечное множество мест, состоящее из подмножеств  $P_1$  и  $P_2$  ( $P_1$  – конечное множество компонент-мест,  $P_2$  – конечное множество мест, понимаемое в обычном смысле мест сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-мест);  $T$  – конечное множество переходов, состоящее из подмножеств  $T_1$  и  $T_2$  (соответственно множество компонент-переходов и множество переходов понимаемое в обычном смысле переходов сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-переходов),  $F \subseteq P \times T \cup T \times P$  – отношение инцидентности между местами и переходами,  $W : F \rightarrow N \setminus \{0\}$  – функция кратности дуг,  $M_0$  – начальная разметка сети.

Множества  $P$  и  $T$  удовлетворяют следующим условиям:

$P \neq \emptyset, T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$  (граф  $CN$ -сети должен содержать хотя бы один переход и одно место, причем вершина графа не может быть одновременно элементом множеств  $P$  и  $T$ ).

Отношение инцидентности  $F$  и функция кратности дуг  $W$  определяют функцию инцидентности  $I$ , задающую правило:  $I : (P \times T) \cup (T \times P) \rightarrow N$  и определяющую то, что элементы одного множества дугами соединены быть не могут, а также описывающую наборы входных и выходных элементов.

Компонента-место  $C_p$  представляет собой участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс, начинающийся и заканчивающийся местом (местами), компонента-переход  $C_t$  – участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс, начинающийся и заканчивающийся переходом (переходами).

Компонентная сеть функционирует, переходя от разметки к разметке, как и регулярная сеть Петри. Составные компоненты в  $CN$ -сети свои функции выполняют мгновенно: компонента-место  $C_p$  – мгновенное использование условия реализации события, компонента-переход  $C_t$  – мгновенная реализация события, приводящая к изменению разметки мест всех типов.

Таким образом, компонентная сеть Петри имеет свои важные особенности. Места и переходы в  $CN$ -сети могут быть различных типов: конечные множества мест и переходов включают подмножества, состоящие из составных компонент (компонент-мест и компонент-переходов). Функционирование составных компонент в  $CN$ -сети понимается как мгновенное выполнение, что позволяет на этом уровне модели игнорировать внутреннюю работу составной компоненты. Но мгновенное срабатывание составной компоненты  $CN$ -сети для самой составной компоненты обуславливает нахождение ее некоторое время в активном состоянии. В этом и заключается двух аспектный подход к функционированию составных компонент, а значит и к функционированию детальной модели.

Такой подход позволяет устанавливать структурные свойства модели согласно правилам [3]:

1) если исследуемое структурное свойство не выполняется на  $CN$ -сети, то это структурное свойство не выполняется и для детальной (базовой) модели исходной системы;

2) если исследуемое структурное свойство выполняется на  $CN$ -сети, то это структурное свойство выполняется для детальной модели системы, если оно выполняется на одном представителе из групп одинаковых составных компонент  $CN$ -сети.

И с помощью теорем [4].

**Теорема 1.** Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-переходы и они живы, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на  $CN$ -сети.

**Теорема 2.** Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-места и соответствующие этим компонентам-местам системы линейных неоднородных диофантовых уравнений (СЛНДУ) совместны, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на  $CN$ -сети.

**Теорема 3.** Если у компонентной сети Петри компоненты-переходы являются живыми, а соответствующие компонентам-местам СЛНДУ совместны, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на  $CN$ -сети.

Следовательно, исследование процесса конструирования и функционирования составных компонент является важной неотъемлемой частью исследования свойств исходной системы на модели в виде  $CN$ -сети.

## 2. Составные компоненты CN-сети

Выявление возможных групп одинаковых или однотипных процессов в проектируемой детальной модели начинается при анализе исходной сложной системы. На этапах построения модели определяются и неоднократно уточняются группы одинаковых или однотипных процессов, которые оформляются в виде блоков составных компонент модели (компонент-мест и компонент-переходов). В результате полученная модель исходной системы, является детальной (подробной) моделью системы, но в которой однотипные процессы заключены в соответствующие блоки – составные компоненты. Рассматривая составные компоненты как места и переходы, получим компактную модель (CN-сеть) исследуемой системы, которая представляет собой расширение стандартного формализма сетей Петри. При формировании составных компонент необходимо учесть, во-первых, все возможные внутренние конструкции составных компонент и, во-вторых, тот факт, что функционирование составных компонент и самой CN-сети не должны нарушать основополагающих правил функционирования сетей Петри.

**2.1. Компоненты-места CN-сети.** Сеть Петри – тройка  $N = (P, T, F)$ , где  $P$  – конечное множество вершин-мест,  $T$  – конечное множество вершин-переходов,  $F = P \times T \cup T \times P$  – отношение, задающее множество дуг, которые соединяют места и переходы. Компонента-место  $C_p$  представляет собой сеть Петри, в которой указаны входные и выходные места. Формально составную компоненту  $C_p$  определим следующим образом.

Компонентой-местом будем называть тройку  $C_p = (N, X, Y)$ , где  $N$  – сеть Петри,  $X \subseteq P$ ,  $Y \subseteq P$  – соответственно её входные (начальные) и выходные (заключительные) места, причем  $X \cap Y = \emptyset$ ,  $P \setminus (X \cup Y)$  – множество внутренних мест. Входные и выходные места не имеют соответственно входящих и исходящих дуг:  $\forall p \in X : \bullet p = \emptyset$ ,  $\forall p \in Y : p \bullet = \emptyset$ . При этом сама компонента  $C_p$ , как элемент CN-сети, имеет входящие и исходящие дуги. Компонента-место  $C_p$ , моделирующая некоторый однотипный процесс детальной модели исследуемой системы, как структурный элемент CN-сети, представляется местом и как в обычной сети Петри является условием определяющим возможность наступления события – срабатывания перехода в CN-сети. Выполнение условия связано с появлением одной или нескольких фишек в соответствующем этому условию месте  $C_p$  и обеспечивает возможность реализации событий в CN-сети.

Компоненты-места позволяют моделировать любые параллельные процессы детальной модели системы. Функционирование составной компоненты-места начинается после срабатывания её входного перехода. В этот момент компонента  $C_p$  получает фишку или  $k$  фишек (в том случае, когда входной переход и компонента  $C_p$  имеют  $k$  дуг). При этом имеют место следующие возможности.

1. Если рассматриваемая компонента-место является выходным местом только для одного перехода CN-сети, то фишка ( $k$  фишек) помещается в начальное место компоненты, если оно единственное, или во все начальные места компоненты, если мест более одного. Выходной переход (выходные переходы) компоненты  $C_p$  сработают только тогда, когда компонента-место отработает. Для CN-сети это есть мгновенное выполнение условия  $C_p$ , а для самой компоненты  $C_p$  имеем, что фишка (фишки) переместятся в выходное место (во все выходные места) компоненты  $C_p$ . То есть, пока фишки находятся в  $C_p$ , компонента-место работает от начального до финального своего состояния, при этом начальная и финальная разметки компоненты  $C_p$  не совпадут.

2. Если компонента  $C_p$ , как место CN-сети, является выходным местом для двух и более переходов CN-сети и внутренняя составляющая  $C_p$  имеет одно и более начальных мест, тогда будем считать, что начало нахождения  $C_p$  в активном состоянии может быть следующим:

1) если срабатывает один из входных переходов компоненты  $C_p$ , то получение фишки компонентой  $C_p$  для внутренней структуры этой компоненты означает, что фишка поместилась в одно из начальных мест компоненты  $C_p$ ;

2) если срабатывают  $k$  входных переходов компоненты  $C_p$ , то по одной фишке поместится в  $k$  начальных мест компоненты  $C_p$ , при этом значение  $k$  может быть меньше числа входных переходов и может быть меньше числа начальных мест компоненты  $C_p$ ;

3) если же начальное место у компоненты  $C_p$  единственное, то срабатыванием каждого из входных переходов компоненты  $C_p$  помещается по фишке в начальное место компоненты  $C_p$ .

Взаимодействие параллельных процессов, моделируемых компонентой-местом, осуществляется их синхронизацией за счет моделирования внутренней структуры компоненты-места. В этом случае, когда компонента отработает, все её выходные места получают фишки. При этом компонента-место может быть входным условием как для одного перехода, так и для нескольких. Последний случай отметим отдельно, когда, наоборот нужно сохранить асинхронность. После срабатывания  $k$  входных переходов компоненты  $C_p$  и помещения по фишке в  $k$  начальных мест компоненты (при этом начальных мест у компоненты больше, чем  $k$ ), составная компонента отработает и в выходных её  $k$  местах (выходных мест у компоненты больше, чем  $k$ ) поместится по фишке. Будем считать, что теперь могут сработать только  $k$  выходных переходов компоненты  $C_p$ .

**2.2. Примеры CN-сетей с компонентами-местами.** Рассмотрим CN-сети, показанные на рис. 1 и 2. Эти CN-сети являются моделями, реализующими задачу о пяти размышляющих философах, которые проголодавшись, могут утолить голод в столовой за круглым столом с пятью местами и пятью вилками, при условии, что философ ест, имея обязательно две вилки: в левой и в правой руке. Эта задача представляет собой систему взаимодействующих и конкурирующих за доступ к общим неразделяемым ресурсам процессов, такая система вследствие ошибок в управлении может попасть в состояние дедлока. Модель задачи должна учитывать все возможные варианты поведения философов и осуществлять синхронизацию их независимых действий. В частности, необходимо:

- 1) обеспечить регламентацию использования вилок двумя соседними философами (обеспечение взаимного исключения);
- 2) не допустить состояния вечного ожидания, когда один из философов так и не сумеет получить доступ к ресурсу (вилке);
- 3) не допустить заговора соседей, когда обедают одни и те же;
- 4) решить проблему, когда все философы сидят за столом, каждый из них взял по одной вилке, и никто не может начать прием пищи. На моделях (CN-сетях), показанных на рис. 1 и 2, вышеизложенные условия реализуются.

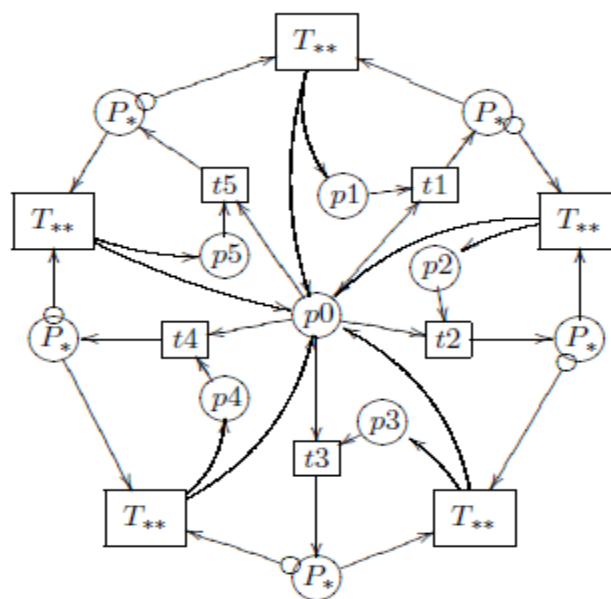


Рис. 1. CN-сеть с ингибиторными дугами, моделирующая задачу о пяти философах, где  $P_*$  – компонента-место,  $T_{**}$  – компонента-переход (соответственно рис. 3, а и 4)

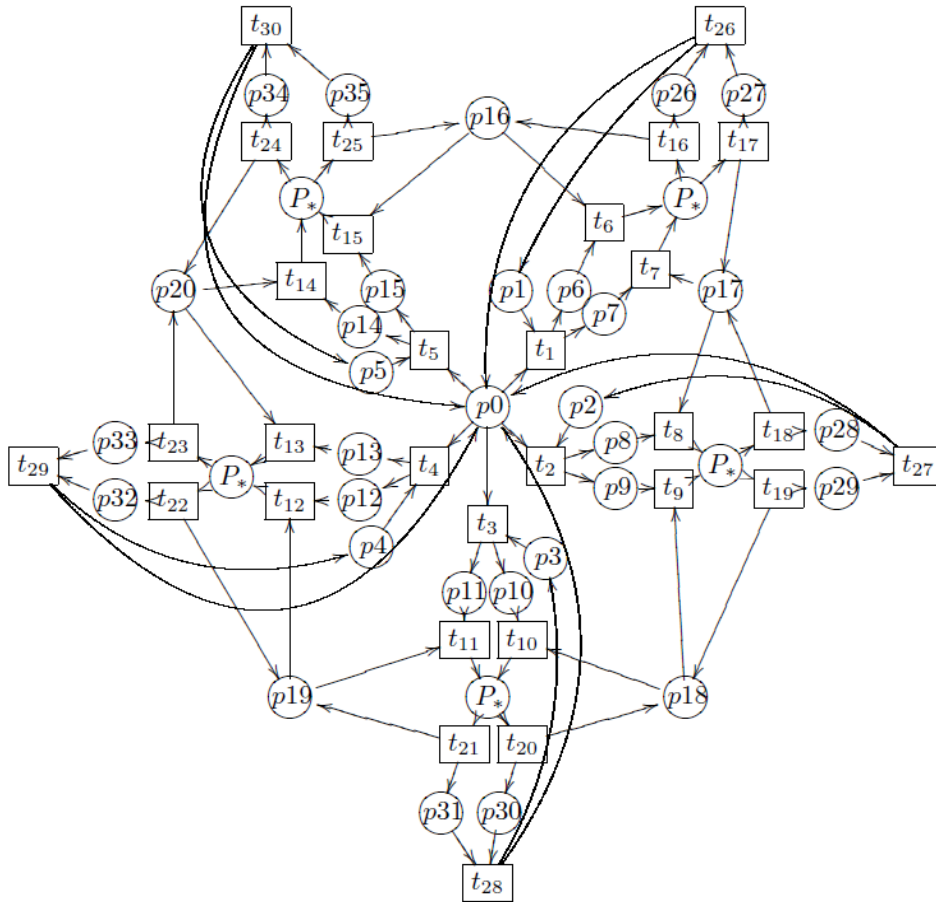


Рис. 2. CN-сеть, моделирующая задачу о пяти философях, где  $P_*$  – компонента-место, моделирующая один и тот же процесс (рис. 3, б)

Данные CN-сети (рис. 1 и 2) имеют составные компоненты-места  $P_*$ , показанные на рис. 3, а и б соответственно.

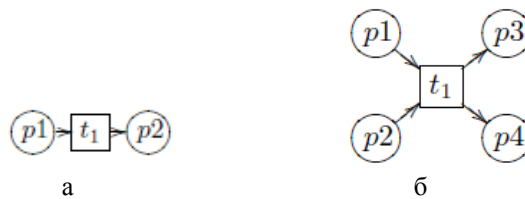


Рис. 3. Компоненты-места  $P_*$  в CN-сетях (рис. 1, 2 соответственно)

Компоненты-места  $P_*$  моделируют следующие поведения отдельного  $i$ -го философа ( $i = 1 - 5$ ): составная компонента, показанная на рис. 3, а, – условие пребывания  $i$ -го философа в столовой и взятия им левой вилки, составная компонента, показанная на рис. 3, б, – условие того, что  $i$ -й философ держит в руках левую и правую вилки, ест, заканчивает есть и готов положить левую, правую вилки.

Моделирование систем CN-сетями дает возможность проводить эффективный анализ моделей с помощью формальных методов, основанных на применении методов линейной алгебры (фундаментального уравнения и инвариантов) [5 – 7] и значительно уменьшить время верификации.

Так, в модели (рис. 2) задачи о пяти философях удалось выделить только один тип составных компонент  $P_*$  (рис. 3, б). И хотя размеры выделенной компоненты-места  $P_*$  достаточно небольшие, но

многократное её использование в модели, позволило построить матрицу инцидентности, отвечающую данной *CN*-сети, размерностью не  $56 \times 35$ , а  $36 \times 30$ . Выделение двух типов компонент – компоненты-места  $P_*$  (рис. 3, а) и компоненты-перехода  $T_{**}$  (рис. 4) в модели (рис. 1) для той же задачи о пяти философах позволило построить матрицу инцидентности компонентной сети Петри уже размерностью  $11 \times 10$  [4].

**2.3. Компоненты-переходы *CN*-сети.** Компоненту-переход  $C_i$  представим в виде сети Петри, в которой отдельно выделим начальные и заключительные переходы. Такое определение корректно так, как отдельно от *CN*-сети составные компоненты не работают, реализация внутренней составляющей компоненты  $C_i$  произойдет лишь после выполнения входного условия для этой компоненты  $C_i$ . Формально составную компоненту  $C_i$  определим следующим образом.

Компонентой-переходом будем называть тройку  $C_i = (N, U, V)$ , где  $N$  – сеть Петри,  $U \subseteq T$  – её начальные переходы,  $V \subseteq T$  – заключительные переходы, причем множества начальных и заключительных переходов не пересекаются:  $U \cap V = \emptyset$ . Начальные и заключительные переходы не имеют соответственно входящих и исходящих дуг. При этом сама компонента  $C_i$ , как элемент *CN*-сети, имеет входящие и исходящие дуги.

Компонента-переход  $C_i$ , моделирующая некоторый однопоточный процесс детальной модели исследуемой системы, как структурный элемент *CN*-сети, является событием и представляется переходом *CN*-сети. При мгновенном срабатывании компоненты  $C_i$  фишки из входных мест этого перехода перемещаются в выходные места, что соответствует совершению события в *CN*-сети.

Компонента-переход  $C_i$  компонентной сети Петри сработает, если место (все места) *CN*-сети, являющиеся входными для компоненты  $C_i$ , получат фишки. Для *CN*-сети это срабатывание (реализация  $C_i$ ) мгновенное. Нахождение же в активном состоянии для самой составной компоненты  $C_i$  начинается с запуска её начального перехода, если он единственный или всех её начальных переходов, если их больше одного. Завершение работы компоненты-перехода характеризуется срабатыванием её заключительного перехода (всех заключительных переходов) компоненты  $C_i$ . Выделение компонент-переходов для верификации модели является благоприятным – начальная и финальная разметки компоненты  $C_i$  совпадают. Действительно, до того, как сработает начальный переход компоненты, он должен запуститься, в это момент фишка (фишки) еще не переместятся и разметка компоненты не изменится. Допущение противного влечет нарушение определения функционирования сетей Петри. При анализе компоненты-перехода получим систему линейных однородных диофантовых уравнений (СЛОДУ), что позволяет установить  $T$ - и  $S$ -инварианты составной компоненты-перехода.

Для эффективного выделения составной компоненты  $C_i$  в моделях сложных систем рассмотрение только вышеописанной возможности функционирования компонент-переходов недостаточно. Желательно обеспечить возможность запуска в компоненте-переходе не всех сразу внутренних переходов компоненты. На данный момент имеются предложения по расширению функционирования составной компоненты-перехода и для проверки этих возможностей рассматриваются реальные сложные системы.

**2.4. Примеры *CN*-сетей с компонентами-переходами.** На рис. 4, 5, 7 показаны компоненты-переходы для моделей, показанных на рис. 1, 6 и 8 соответственно.

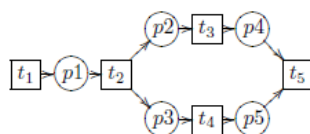


Рис. 4. Компонента-переход  $T_{**}$  в *CN*-сети с ингибиторными дугами (рис. 1)

Компонента-переход  $T_{**}$  (рис. 4) моделює процес взяття  $i$ -м філософом правої вилки, приєма пици, повернення левої, правої вилки, вихода філософа зі столової.

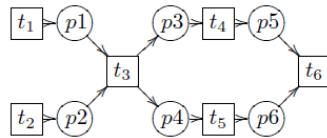


Рис. 5. Компонента-переход  $CN$ -сети, моделюючої задачу о пяти філософах (рис. 6)

Указанная структура компонента-перехода (рис. 5) отвечает компонентам-переходам  $t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$  модели  $CN$ -сети, показанной на рис. 6. Эти составные компоненты моделюют следующие действия отдельного  $i$ -го філософа: філософ берет левую вилку, берет правую вилку, ест, кладет левую вилку, кладет правую вилку, выходит из столовой. Переходы  $t_1$  и  $t_2$ , а также  $t_3$  и  $t_4$  составной компонента могут сработать независимо и одновременно.

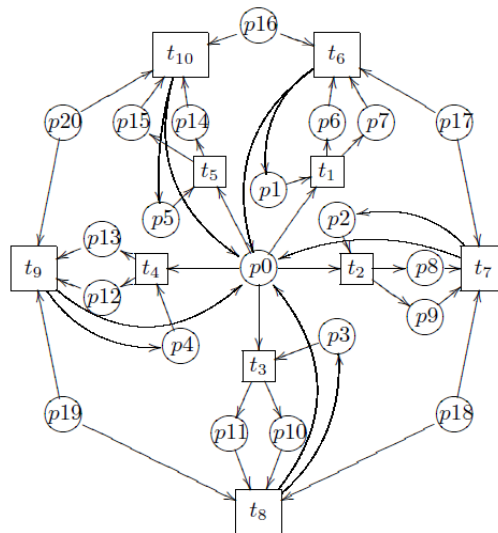


Рис. 6.  $CN$ -сеть, моделюючая задачу о пяти філософах, где  $t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$  – компонента-переходы, моделюючие один и тот же процесс (рис. 5)

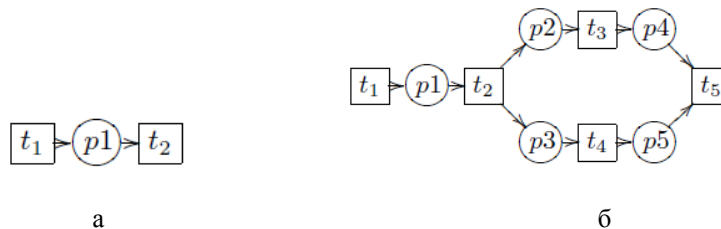


Рис. 7. Компонента-переходы: а – компонента-переход  $t_*$ ; б – компонента-переход  $t_{**}$   $CN$ -сети с ингибиторными дугами (рис. 8)

Компонента-переход  $t_*$  (рис. 7, а) – первый тип компонент-переходов  $CN$ -сети, показанной на рис. 8, отражает процесс входа  $i$ -го філософа в столовую и взятие им левого столового прибора. Второй тип компонент-

переходов  $t_{**}$  (рис. 7, б) моделирует следующий процесс:  $i$ -й философ берет правую вилку, ест, кладет левую вилку, кладет правую вилку, выходит из столовой. Факт параллельности действий отображается параллельными ветвями сетей компонент (переходы  $t_3$ ,  $t_4$  могут сработать независимо и одновременно) и параллельными компонентами-переходами  $CN$ -сети (переходы  $t_*$  или переходы  $t_{**}$  могут сработать независимо и одновременно).

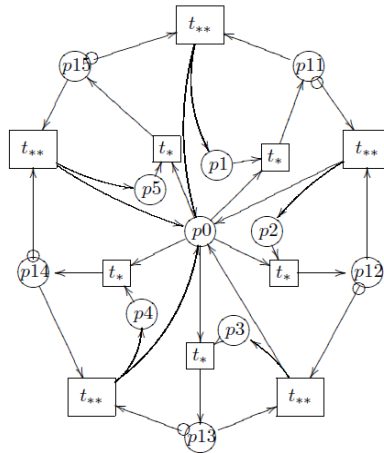


Рис. 8.  $CN$ - сеть с ингибиторными дугами, моделирующая задачу о пяти философях, где  $t_*$  и  $t_{**}$  компоненты-переходы (рис. 7)

## Заключение

Основные проблемы, с которыми приходится сталкиваться при моделировании реальных сложных систем и объектов – размеры модели и адекватность полученной модели исследуемой системе. Сети Петри, являясь удобным средством детального моделирования и анализа таких систем, могут содержать сотни, а иногда и тысячи элементов, что делает анализ таких моделей практически неосуществимым. Компонентные сети Петри ( $CN$ -сети) за счет выделения однотипных составных компонент в детальной (базовой) сети Петри исследуемой системы позволяют значительно сократить размеры модели системы. При этом выполняемые  $CN$ -сетью функции вполне соответствуют функциям, выполняемым детальной моделью Петри. Составными компонентами  $CN$ -сети являются компоненты-места и компоненты-переходы. В работе даны формальные определения составных компонент  $CN$ -сети, рассмотрены вопросы конструирования, функционирования составных компонент и приведены примеры формирования возможных составных компонент на различных моделях задачи о пяти философях. При организации составных компонент основным критерием формирования таких структурных элементов было сохранение основополагающих правил функционирования сетей Петри. Возможности моделирования участков компонентной сети составной компонентой-местом шире возможностей составных компонент-переходов.

1. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 157 с.
2. Котов В.Е. Алгебра регулярных сетей Петри // Кибернетика. – 1980. – № 5. – С. 10–18.
3. Лукьянова О.О. Про компонентне моделювання систем з паралелізмом // Наукові записки НаУКМА. Комп'ютерні науки. – 2012. – Т. 121
4. Лукьянова Е.А. О компонентном анализе параллельных распределенных систем // ТВИМ. – 2011. – № 2. – С. 71–81.
5. Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. in "Proceedings of the IEEE". –1989. – Vol. 77, N 4. – P. 541–580.
6. Крытый С.Л. О некоторых методах решения и критериях совместности линейных диофантовых уравнений в области натуральных чисел // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 4. – С. 12–36.
7. Крытый С.Л. О вычислении минимального множества инвариантов сетей Петри // Штучний інтелект. – 2001. – № 3. – С. 199–206.